

計算力学とは

- 対象物とそれに関係する力学現象のモデルを構築し(偏微分方程式)、コンピュータシミュレーションによって未知の現象や状態を予測しようとする手法

ニュートン方程式、熱伝導方程式、拡散方程式、マックスウェル方程式、ナビエ・ストークス方程式 . . .

- 「計算力学」は、「計算機による力学」を略した言葉
英語では Computational Mechanics

例) 流体の動きを記述する微分方程式

- 質量保存 $\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0$

- 運動量保存

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right) + f_1$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial u_2}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} \right) + f_2$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \right) + f_3$$

- エネルギー保存

$$\rho C \left(\dot{T} + u_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right) + \rho q$$

これらの式から u_1, u_2, u_3, p, T (速度3成分、圧力、温度)を求める

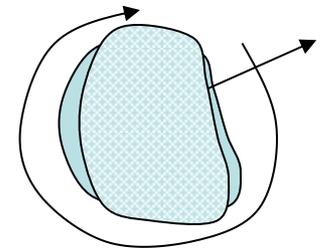
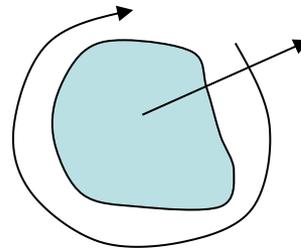
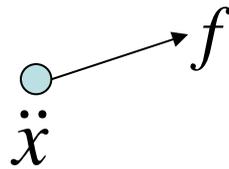
計算力学が応用される分野

- 構造、流体、熱、電磁場、音響場など
- 機械・構造物・自動車・航空宇宙・船舶・半導体・材料などの工業製品の設計・製造
- 地震、津波、気象、公害など自然環境評価
- このほか、建築、土木、原子力、電気電子、化学、など、広い分野において CAE (Computer Aided Engineering) の中核
- バイオ・医療分野
- ナノ物質解析

連続体の力学

■ 運動の記述

質点系 → 剛体系 → **連続体**



大きさをもつが変形しない 変形しながら運動

■ 保存則

質量保存、運動量保存(並進と回転)、エネルギー保存

■ 境界条件と初期条件

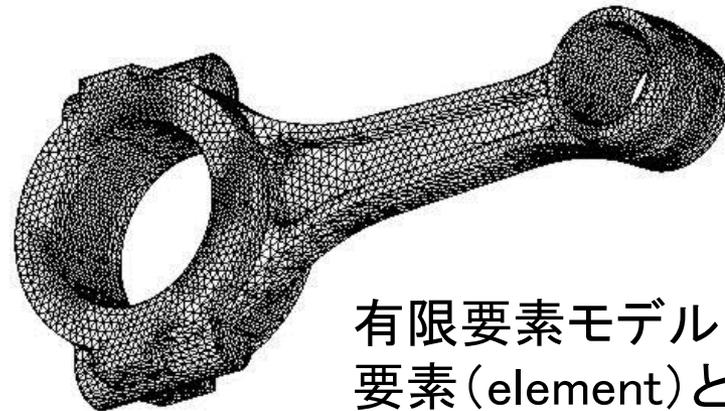
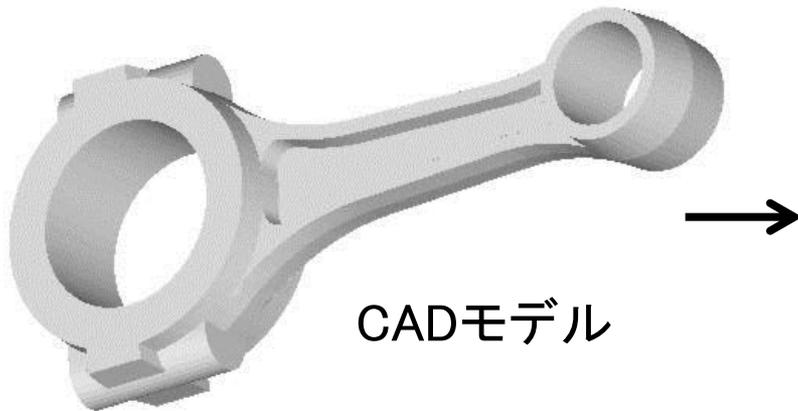
■ 構成則

これら偏微分方程式により、固体/液体/気体の物理現象が記述される

微分方程式をコンピュータで解くには？



$$[K] \{ u \} = \{ f \}$$



節点に物理量が定義されている
(例) 節点変位、節点温度

連立1次方程式を高速に解く

直接解法 (Direct method)

- ガウスの消去法に基づく
- 決まった演算数で解が求まる
- 行列の分解の際にフィルインを考慮しなければならないため、多大な記憶容量を必要とする

反復解法 (Iterative method)

- 解の候補を修正しながら反復的に収束解を求める
- 非ゼロ成分だけを記憶すればよいため大規模問題を扱うことができる
- 強力な前処理 (Preconditioning) が必須