有限変形弾性解析に関わるプログラムインプリ概要

東京大学
新領域創成科学研究科
人間環境学専攻
橋本　学

2014年2月21日
第10回FrontISTR研究会

FrontISTRにおける有限変形弾性解析の定式化とその解析事例

目次

１．**Total Lagrange**法および**Updated Lagrange**法のための定式化

２．有限要素離散化

３．**FrontISTR**のソースコードの関連するサブルーチン

４．解析事例

有限要素離散化

有限要素による分割 (1)

仮想仕事の原理 [V1] を有限要素 Ω^e で分割する

仮想仕事の原理 [V1]

$$\int_{{}^0\Omega} {}_0^t\boldsymbol{S} : \delta\, {}_0^t\boldsymbol{E}\ d\,{}^0\Omega = \int_{{}^0\Gamma_t} {}_0\underline{\boldsymbol{t}} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u}\ d\,{}^0\Gamma + \int_{{}^0\Omega} {}^0\rho\,\boldsymbol{b} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u}\ d\,{}^0\Omega \qquad \cdots \quad (3a)$$

$$\Downarrow$$

$$\sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}_0^t\boldsymbol{S} : \delta\, {}_0^t\boldsymbol{E}\ d\,{}^0\Omega = \sum_e \oint_{\partial\,{}^0\Omega^e} {}_0^t\boldsymbol{t} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u}\ d\,{}^0\Gamma + \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}^0\rho\,\boldsymbol{b} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u}\ d\,{}^0\Omega \qquad \cdots \quad (31)$$

左辺 (内力部分) の物質時間微分

$$\left(\int_{{}^0\Omega} {}_0^t\boldsymbol{S} : \delta\, {}_0^t\boldsymbol{E}\ d\,{}^0\Omega\right)^{\bullet} = \int_{{}^0\Omega} {}_0^t\dot{\boldsymbol{S}} : \delta\, {}_0^t\boldsymbol{E}\ d\,{}^0\Omega + \int_{{}^0\Omega} {}_0^t\boldsymbol{S} : \left\{(\delta\, {}_0^t\boldsymbol{F})^{\mathrm{T}} \cdot {}_0^t\dot{\boldsymbol{F}}\right\} d\,{}^0\Omega \qquad \cdots \quad (11)$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}_0^t\boldsymbol{S} : \delta\, {}_0^t\boldsymbol{E}\ d\,{}^0\Omega\right)^{\bullet} = \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}_0^t\dot{\boldsymbol{S}} : \delta\, {}_0^t\boldsymbol{E}\ d\,{}^0\Omega + \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}_0^t\boldsymbol{S} : \left\{(\delta\, {}_0^t\boldsymbol{F})^{\mathrm{T}} \cdot {}_0^t\dot{\boldsymbol{F}}\right\} d\,{}^0\Omega \qquad \cdots \quad (32)$$

有限要素による分割 (2)

仮想仕事の原理 [V2] を有限要素 Ω^e で分割する

仮想仕事の原理 [V2]

$$\int_{{}^t\Omega} {}^t\boldsymbol{T} : \delta\, {}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\, d\,{}^t\Omega = \int_{{}^t\Gamma_t} \underline{\boldsymbol{t}} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u}\, d\,{}^t\Gamma + \int_{{}^t\Omega} {}^t\rho\, \boldsymbol{b} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u}\, d\,{}^t\Omega \quad \cdots \quad (4a)$$

⬇

$$\sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t\boldsymbol{T} : \delta\, {}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\, d\,{}^t\Omega = \sum_e \oint_{\partial\, {}^t\Omega^e} {}^t\boldsymbol{t} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u}\, d\,{}^t\Gamma + \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t\rho\, \boldsymbol{b} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u}\, d\,{}^t\Omega \quad \cdots \quad (33)$$

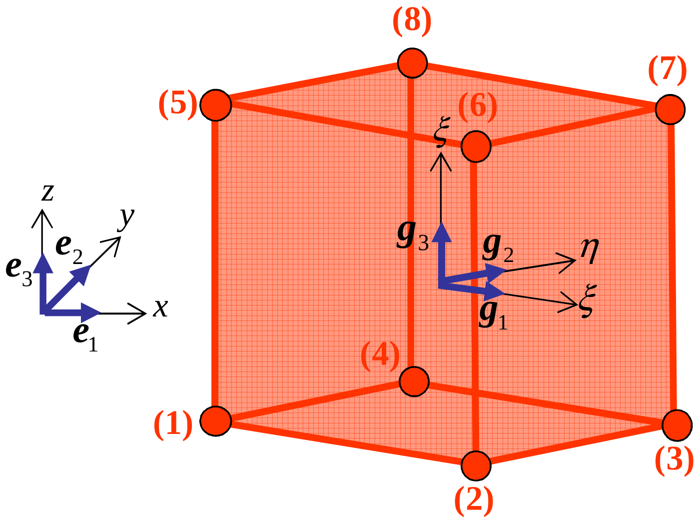
左辺 (内力部分) の物質時間微分

$$\left(\int_{{}^t\Omega} {}^t\boldsymbol{T} : \delta\, {}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\, d\,{}^t\Omega \right)^{\bullet} = \int_{{}^t\Omega} {}^t_t\dot{\boldsymbol{S}} : \delta\, {}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\, d\,{}^t\Omega + \int_{{}^t\Omega} {}^t\boldsymbol{T} : \left\{ (\delta\, {}^t_t\boldsymbol{F})^{\mathrm{T}} \cdot {}^t\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \right\} d\,{}^t\Omega \quad \cdots \quad (13a)$$

⬇

$$\left(\sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t\boldsymbol{T} : \delta\, {}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\, d\,{}^t\Omega \right)^{\bullet} = \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t_t\dot{\boldsymbol{S}} : \delta\, {}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\, d\,{}^t\Omega + \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t\boldsymbol{T} : \left\{ (\delta\, {}^t_t\boldsymbol{F})^{\mathrm{T}} \cdot {}^t\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \right\} d\,{}^t\Omega \quad \cdots \quad (34)$$

3次元六面体8節点要素



$$\boldsymbol{g}_1 = \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \xi},\ \boldsymbol{g}_2 = \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \eta},\ \boldsymbol{g}_3 = \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \zeta}$$

: Covariant basis vectors

$$N^{(\alpha)} = \frac{1}{8}\left(1+\xi^{(\alpha)}\xi\right)\left(1+\eta^{(\alpha)}\eta\right)\left(1+\zeta^{(\alpha)}\zeta\right)$$

: Shape function

$$\left\{\xi^{(\alpha)}\ |\alpha = 1, 2, \ldots, 8\right\} = \{-1,\ 1,\ 1,\ -1,\ -1,\ 1,\ 1,\ -1\}$$

$$\left\{\eta^{(\alpha)}\ |\alpha = 1, 2, \ldots, 8\right\} = \{-1,\ -1,\ 1,\ 1,\ -1,\ -1,\ 1,\ 1\}$$

$$\left\{\zeta^{(\alpha)}\ |\alpha = 1, 2, \ldots, 8\right\} = \{-1,\ -1,\ -1,\ -1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1\}$$

アイソパラメトリック要素

(補間関数)

$$^{t}\boldsymbol{u} = \sum_{\alpha=1}^{8} N^{(\alpha)}\ {}^{t}\boldsymbol{u}^{(\alpha)} \quad \cdots \quad (35)$$

(写像関数)

仮想仕事の原理 [V1]に対して

$$^{t}\boldsymbol{x} = \sum_{\alpha=1}^{8} N^{(\alpha)}\ {}^{t}\boldsymbol{x}^{(\alpha)} \quad \cdots \quad (36)$$

仮想仕事の原理 [V2]に対して

$$^{0}\boldsymbol{x} = \sum_{\alpha=1}^{8} N^{(\alpha)}\ {}^{0}\boldsymbol{x}^{(\alpha)} \quad \cdots \quad (37)$$

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (1)

式 (31) の左辺より

$$\sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}_0^t\boldsymbol{S} : \delta\, {}_0^t\boldsymbol{E} \; d\,{}^0\Omega = \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}_0^tS_{ij} \;\, \delta\, {}_0^tE_{ij} \; d\,{}^0\Omega$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} \Big({}_0^tS_{xx}\, \delta\, {}_0^tE_{xx} + {}_0^tS_{xy}\, \delta\, {}_0^tE_{xy} + \underset{{}_0^tS_{zx}}{\underline{{}_0^tS_{xz}}}\, \underset{\delta\, {}_0^tE_{zx}}{\underline{\delta\, {}_0^tE_{xz}}} \\
&\qquad + \underset{{}_0^tS_{xy}}{\underline{{}_0^tS_{yx}}}\, \underset{\delta\, {}_0^tE_{xy}}{\underline{\delta\, {}_0^tE_{yx}}} + {}_0^tS_{yy}\, \delta\, {}_0^tE_{yy} + {}_0^tS_{yz}\, \delta\, {}_0^tE_{yz} \\
&\qquad + {}_0^tS_{zx}\, \delta\, {}_0^tE_{zx} + \underset{{}_0^tS_{yz}}{\underline{{}_0^tS_{zy}}}\, \underset{\delta\, {}_0^tE_{yz}}{\underline{\delta\, {}_0^tE_{zy}}} + {}_0^tS_{zz}\, \delta\, {}_0^tE_{zz} \Big) \; d\,{}^0\Omega
\end{aligned}$$

$$= \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} \underbrace{\begin{pmatrix} \delta\, {}_0^tE_{xx} & \delta\, {}_0^tE_{yy} & \delta\, {}_0^tE_{zz} & 2\delta\, {}_0^tE_{xy} & 2\delta\, {}_0^tE_{yz} & 2\delta\, {}_0^tE_{zx} \end{pmatrix}}_{\delta\, {}_0^t\mathbf{e}^{\mathrm{T}}} \underbrace{\begin{pmatrix} {}_0^tS_{xx} \\ {}_0^tS_{yy} \\ {}_0^tS_{zz} \\ {}_0^tS_{xy} \\ {}_0^tS_{yz} \\ {}_0^tS_{zx} \end{pmatrix}}_{{}_0^t\mathbf{s}} d\,{}^0\Omega \qquad \cdots \quad (38)$$

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (2)

式 (8) より

$$\delta\,{}_0^tE_{xx}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\right)$$

$$=\left(1+\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\right)\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\qquad\cdots\quad(39a)$$

$$\delta\,{}_0^tE_{yy}=\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}+\left(1+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}\right)\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\qquad\cdots\quad(39b)$$

$$\delta\,{}_0^tE_{zz}=\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}+\left(1+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\right)\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\qquad\cdots\quad(39c)$$

$$\delta\,{}_0^tE_{xy}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}+\left(1+\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\right)\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}+\left(1+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}\right)\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\right)\qquad\cdots\quad(39d)$$

$$\delta\,{}_0^tE_{yz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}+\left(1+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}\right)\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}+\left(1+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\right)\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\right)\qquad\cdots\quad(39e)$$

$$\delta\,{}_0^tE_{zx}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}+\left(1+\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\right)\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}+\left(1+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\right)\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\right)\qquad\cdots\quad(39f)$$

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (3)

式 (39) より

$$
\underbrace{\begin{pmatrix} \delta\,{}_0^tE_{xx} \\ \delta\,{}_0^tE_{yy} \\ \delta\,{}_0^tE_{zz} \\ \delta\,{}_0^tE_{xy} \\ \delta\,{}_0^tE_{yz} \\ \delta\,{}_0^tE_{zx} \end{pmatrix}}_{\delta\,{}_0^t\mathbf{e}}
=
\underbrace{\begin{pmatrix}
1+\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x} & 0 & 0 & \frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x} & 0 & 0 & \frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x} & 0 & 0 \\
0 & \frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y} & 0 & 0 & 1+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y} & 0 & 0 & \frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y} & 0 \\
0 & 0 & \frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z} & 0 & 0 & \frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z} & 0 & 0 & 1+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z} \\
\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y} & 1+\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x} & 0 & 1+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y} & \frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x} & 0 & \frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y} & \frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x} & 0 \\
0 & \frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z} & \frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y} & 0 & \frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z} & 1+\frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y} & 0 & 1+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z} & \frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y} \\
\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z} & 0 & 1+\frac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x} & \frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z} & 0 & \frac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x} & 1+\frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z} & 0 & \frac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}
\end{pmatrix}}_{{}_0^t\mathbf{C}_1}
\underbrace{\begin{pmatrix}
\frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x} \\ \frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y} \\ \frac{\partial\,\delta\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z} \\ \frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x} \\ \frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y} \\ \frac{\partial\,\delta\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z} \\ \frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x} \\ \frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y} \\ \frac{\partial\,\delta\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}
\end{pmatrix}}_{{}_0\partial\,\delta\,{}^t\mathbf{u}}
\quad \cdots \quad (40)
$$

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (4)

式 (35) より

$$
\underbrace{\begin{pmatrix}
\dfrac{\partial \delta {}^t u_x}{\partial {}^0 x} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta {}^t u_x}{\partial {}^0 y} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta {}^t u_x}{\partial {}^0 z} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta {}^t u_y}{\partial {}^0 x} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta {}^t u_y}{\partial {}^0 y} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta {}^t u_y}{\partial {}^0 z} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta {}^t u_z}{\partial {}^0 x} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta {}^t u_z}{\partial {}^0 y} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta {}^t u_z}{\partial {}^0 z}
\end{pmatrix}}_{{}_0 \partial \delta {}^t \mathbf{u}}
=
\underbrace{\begin{pmatrix}
\dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^0 x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^0 x} & 0 & 0 & \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^0 x} & 0 & 0 \\[2mm]
\dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^0 y} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^0 y} & 0 & 0 & \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^0 y} & 0 & 0 \\[2mm]
\dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^0 z} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^0 z} & 0 & 0 & \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^0 z} & 0 & 0 \\[2mm]
0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^0 x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^0 x} & 0 & \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^0 x} & 0 \\[2mm]
0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^0 y} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^0 y} & 0 & \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^0 y} & 0 \\[2mm]
0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^0 z} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^0 z} & 0 & \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^0 z} & 0 \\[2mm]
0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^0 x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^0 x} & \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^0 z} \\[2mm]
0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^0 x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^0 y} & \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^0 z} \\[2mm]
0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^0 x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^0 z} & \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^0 z}
\end{pmatrix}}_{{}_0 \mathbf{C}_2}
\underbrace{\begin{pmatrix}
\delta {}^t u_x^{(1)} \\
\delta {}^t u_y^{(1)} \\
\delta {}^t u_z^{(1)} \\
\delta {}^t u_x^{(2)} \\
\delta {}^t u_y^{(2)} \\
\delta {}^t u_z^{(2)} \\
\vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\
\delta {}^t u_x^{(8)} \\
\delta {}^t u_y^{(8)} \\
\delta {}^t u_z^{(8)}
\end{pmatrix}}_{\delta {}^t \mathbf{u}^e}
\qquad \cdots \quad (41)
$$

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (5)

式 (40) と式 (41) より

$$\delta\,{}_0^t\mathbf{e} = {}_0^t\mathbf{C}_1\,{}_0\partial\delta\,{}^t\mathbf{u}$$

$$= {}_0^t\mathbf{C}_1\,{}_0\mathbf{C}_2\,\delta\,{}^t\mathbf{u}^e$$

$$= {}_0^t\mathbf{B}\;\;\delta\,{}^t\mathbf{u}^e \qquad \cdots \quad (42a)$$

$${}_0^t\mathbf{B} = \left({}_0^t\mathbf{B}^{(1)}\;\; {}_0^t\mathbf{B}^{(2)}\;\; \cdots\cdots\cdots\cdots\;\; {}_0^t\mathbf{B}^{(8)} \right) \qquad \cdots \quad (42b)$$

$${}_0^t\mathbf{B}^{(\alpha)} = \begin{pmatrix}
\left(1+\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\right)\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} \\
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & \left(1+\dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}\right)\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} \\
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & \left(1+\dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\right)\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} \\
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x}+\left(1+\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\right)\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & \left(1+\dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}\right)\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x}+\dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x}+\dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} \\
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y}+\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y}+\left(1+\dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}\right)\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & \left(1+\dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\right)\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y}+\dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} \\
\left(1+\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\right)\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z}+\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z}+\dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z}+\left(1+\dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\right)\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x}
\end{pmatrix} \qquad \cdots \quad (42c)$$

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (5)’

$$
{}^{t}_{0}\mathbf{B}^{(\alpha)} = \underbrace{\begin{pmatrix}
\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & 0 & 0 \\
0 & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & 0 \\
0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} \\
\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & 0 \\
0 & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} \\
\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & 0 & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x}
\end{pmatrix}}_{{}_0\mathbf{B}_0}
+ \underbrace{\begin{pmatrix}
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} \\
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} \\
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} \\
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x}+\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x}+\dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x}+\dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y} \\
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y}+\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y}+\dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0y}+\dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0y}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z} \\
\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z}+\dfrac{\partial\,{}^tu_x}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & \dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z}+\dfrac{\partial\,{}^tu_y}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x} & \dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0x}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0z}+\dfrac{\partial\,{}^tu_z}{\partial\,{}^0z}\dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\,{}^0x}
\end{pmatrix}}_{{}^{t}_{0}\mathbf{B}_1}
\quad \cdots \quad (42c)’
$$

微小ひずみの場合と同じ　　　　幾何学的非線形性

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (6)

式 (35) より

$$\begin{pmatrix} {}^t u_x \\ {}^t u_y \\ {}^t u_z \end{pmatrix} = \mathbf{N} \underbrace{\begin{pmatrix} {}^t u_x^{(1)} \\ {}^t u_y^{(1)} \\ {}^t u_z^{(1)} \\ {}^t u_x^{(2)} \\ {}^t u_y^{(2)} \\ {}^t u_z^{(2)} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ {}^t u_x^{(8)} \\ {}^t u_y^{(8)} \\ {}^t u_z^{(8)} \end{pmatrix}}_{{}^t\mathbf{u}^e} \quad \cdots \quad (43a)$$

$$\mathbf{N} = \left(\mathbf{N}^{(1)} \ \mathbf{N}^{(2)} \ \cdots\cdots\cdots\cdots \ \mathbf{N}^{(8)} \right) \quad \cdots \quad (43b)$$

$$\mathbf{N}^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} N^{(\alpha)} & 0 & 0 \\ 0 & N^{(\alpha)} & 0 \\ 0 & 0 & N^{(\alpha)} \end{pmatrix} \quad \cdots \quad (43c)$$

式 (31) の右辺より

$$\sum_e \oint_{\partial {}^0\Omega^e} {}_0^t\boldsymbol{t} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u} \; d\,{}^0\Gamma + \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}^0\rho \boldsymbol{b} \cdot \delta\, {}^t\boldsymbol{u} \; d\,{}^0\Omega$$

$$= \sum_e \oint_{\partial {}^0\Omega^e} (\mathbf{N}\ \delta\, {}^t\mathbf{u}^e)^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} {}_0^t t_x \\ {}_0^t t_y \\ {}_0^t t_z \end{pmatrix} d\,{}^0\Gamma + \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} (\mathbf{N}\ \delta\, {}^t\mathbf{u}^e)^{\mathrm{T}}\ {}^0\rho \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} d\,{}^0\Omega$$

$$= \sum_e \delta\, {}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}} \oint_{\partial {}^0\Omega^e} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} {}_0^t t_x \\ {}_0^t t_y \\ {}_0^t t_z \end{pmatrix} d\,{}^0\Gamma + \sum_e \delta\, {}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}} \int_{{}^0\Omega^e} \mathbf{N}^{\mathrm{T}}\ {}^0\rho \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} d\,{}^0\Omega$$

$$= \sum_e \delta\, {}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{f}^e \quad \cdots \quad (44)$$

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (7)

式 (38) と式 (42) より

$$\sum_e \int_{{}^0\Omega^e} \delta\, {}^t_0\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\ {}^t_0\mathbf{s}\ d\,{}^0\Omega = \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} \left({}^t_0\mathbf{B}\ \delta\mathbf{u}^e\right)^{\mathrm{T}}\ {}^t_0\mathbf{s}\ d\,{}^0\Omega$$

$$= \sum_e \delta\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}} \int_{{}^0\Omega^e} {}^t_0\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\ {}^t_0\mathbf{s}\ d\,{}^0\Omega$$

$$= \sum_e \delta\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{q}^e \qquad \cdots \quad (45)$$

式 (44) と式 (45) より

$$\boxed{\sum_e \delta\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{q}^e = \sum_e \delta\,{}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{f}^e} \qquad \cdots \quad (46)$$

式 (31) の離散化式

$$\boxed{\delta\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{q} = \delta\,{}^t\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{f}} \qquad \cdots \quad (47)$$

全体の離散化式

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (8)

式 (12b) より

$$\underbrace{\begin{pmatrix} {}^t_0\dot{S}_{xx} \\ {}^t_0\dot{S}_{yy} \\ {}^t_0\dot{S}_{zz} \\ {}^t_0\dot{S}_{xy} \\ {}^t_0\dot{S}_{yz} \\ {}^t_0\dot{S}_{zx} \end{pmatrix}}_{{}^t_0\dot{\mathbf{s}}} = \mathbf{D} \underbrace{\begin{pmatrix} {}^t_0\dot{E}_{xx} \\ {}^t_0\dot{E}_{yy} \\ {}^t_0\dot{E}_{zz} \\ {}^t_0\dot{E}_{xy} \\ {}^t_0\dot{E}_{yz} \\ {}^t_0\dot{E}_{zx} \end{pmatrix}}_{{}^t_0\dot{\mathbf{e}}} \qquad \cdots \quad (48a)$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \qquad \cdots \quad (48b)$$

式 (32) の右辺第1項に式 (42) と式 (48) を代入すると

$$\begin{aligned} &\sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}^t_0\dot{\boldsymbol{S}} : \delta\, {}^t_0\boldsymbol{E}\ d\,{}^0\Omega \\ &= \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} \delta\, {}^t_0\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\ {}^t_0\dot{\mathbf{s}}\ d\,{}^0\Omega \\ &= \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} \delta\, {}^t_0\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{D}\ {}^t_0\dot{\mathbf{e}}\ d\,{}^0\Omega \\ &= \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} ({}^t_0\mathbf{B}\ \delta\, {}^t\mathbf{u}^e)^{\mathrm{T}}\ \mathbf{D}\ ({}^t_0\mathbf{B}\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e)\ d\,{}^0\Omega \\ &= \sum_e \delta\, {}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}} \int_{{}^0\Omega^e} {}^t_0\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{D}\ {}^t_0\mathbf{B}\ d\,{}^0\Omega\ \ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e \end{aligned} \qquad \cdots \quad (49)$$

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (9)

式 (32) の右辺第2項より

$$\sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}^t_0\boldsymbol{S} : \left\{ (\delta^t_0\boldsymbol{F})^{\mathrm{T}} \cdot {}^t_0\dot{\boldsymbol{F}} \right\} d^0\Omega = \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} \delta^t_0 F_{ki}\ {}^t_0S_{ij}\ {}^t_0\dot{F}_{kj}\ d^0\Omega$$

$$= \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} \left\{ \begin{pmatrix} \delta^t_0F_{xx} & \delta^t_0F_{xy} & \delta^t_0F_{xz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^t_0S_{xx} & {}^t_0S_{xy} & {}^t_0S_{xz} \\ {}^t_0S_{yx} & {}^t_0S_{yy} & {}^t_0S_{yz} \\ {}^t_0S_{zx} & {}^t_0S_{zy} & {}^t_0S_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^t_0\dot{F}_{xx} \\ {}^t_0\dot{F}_{xy} \\ {}^t_0\dot{F}_{xz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta^t_0F_{yx} & \delta^t_0F_{yy} & \delta^t_0F_{yz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^t_0S_{xx} & {}^t_0S_{xy} & {}^t_0S_{xz} \\ {}^t_0S_{yx} & {}^t_0S_{yy} & {}^t_0S_{yz} \\ {}^t_0S_{zx} & {}^t_0S_{zy} & {}^t_0S_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^t_0\dot{F}_{yx} \\ {}^t_0\dot{F}_{yy} \\ {}^t_0\dot{F}_{yz} \end{pmatrix} \right.$$

$$\left. + \begin{pmatrix} \delta^t_0F_{zx} & \delta^t_0F_{zy} & \delta^t_0F_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^t_0S_{xx} & {}^t_0S_{xy} & {}^t_0S_{xz} \\ {}^t_0S_{yx} & {}^t_0S_{yy} & {}^t_0S_{yz} \\ {}^t_0S_{zx} & {}^t_0S_{zy} & {}^t_0S_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^t_0\dot{F}_{zx} \\ {}^t_0\dot{F}_{zy} \\ {}^t_0\dot{F}_{zz} \end{pmatrix} \right\} d^0\Omega$$

$$= \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}_0\partial\delta^t\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\ {}^t_0\boldsymbol{\Sigma}\ {}_0\partial^t\dot{\mathbf{u}}\ d^0\Omega \qquad \cdots \quad \text{(50a)}$$

$${}^t_0\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^t_0S_{xx} & {}^t_0S_{xy} & {}^t_0S_{xz} \\ {}^t_0S_{yx} & {}^t_0S_{yy} & {}^t_0S_{yz} \\ {}^t_0S_{zx} & {}^t_0S_{zy} & {}^t_0S_{zz} \end{pmatrix} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \begin{pmatrix} {}^t_0S_{xx} & {}^t_0S_{xy} & {}^t_0S_{xz} \\ {}^t_0S_{yx} & {}^t_0S_{yy} & {}^t_0S_{yz} \\ {}^t_0S_{zx} & {}^t_0S_{zy} & {}^t_0S_{zz} \end{pmatrix} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \begin{pmatrix} {}^t_0S_{xx} & {}^t_0S_{xy} & {}^t_0S_{xz} \\ {}^t_0S_{yx} & {}^t_0S_{yy} & {}^t_0S_{yz} \\ {}^t_0S_{zx} & {}^t_0S_{zy} & {}^t_0S_{zz} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \qquad \cdots \quad \text{(50b)}$$

$$\begin{pmatrix} \delta^t_0F_{xx} & \delta^t_0F_{xy} & \delta^t_0F_{xz} & \delta^t_0F_{yx} & \delta^t_0F_{yy} & \delta^t_0F_{yz} & \delta^t_0F_{zx} & \delta^t_0F_{zy} & \delta^t_0F_{zz} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dfrac{\partial\delta^t u_x}{\partial^0 x} & \dfrac{\partial\delta^t u_x}{\partial^0 y} & \dfrac{\partial\delta^t u_x}{\partial^0 z} & \dfrac{\partial\delta^t u_y}{\partial^0 x} & \dfrac{\partial\delta^t u_y}{\partial^0 y} & \dfrac{\partial\delta^t u_y}{\partial^0 z} & \dfrac{\partial\delta^t u_z}{\partial^0 x} & \dfrac{\partial\delta^t u_z}{\partial^0 y} & \dfrac{\partial\delta^t u_z}{\partial^0 z} \end{pmatrix}$$

$$= {}_0\partial\delta^t\mathbf{u} \qquad \cdots \quad \text{(50c)}$$

$$\begin{pmatrix} {}^t_0\dot{F}_{xx} & {}^t_0\dot{F}_{xy} & {}^t_0\dot{F}_{xz} & {}^t_0\dot{F}_{yx} & {}^t_0\dot{F}_{yy} & {}^t_0\dot{F}_{yz} & {}^t_0\dot{F}_{zx} & {}^t_0\dot{F}_{zy} & {}^t_0\dot{F}_{zz} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^t\dot{u}_x}{\partial^0 x} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_x}{\partial^0 y} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_x}{\partial^0 z} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_y}{\partial^0 x} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_y}{\partial^0 y} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_y}{\partial^0 z} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_z}{\partial^0 x} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_z}{\partial^0 y} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_z}{\partial^0 z} \end{pmatrix}$$

$$= {}_0\partial^t\dot{\mathbf{u}} \qquad \cdots \quad \text{(50d)}$$

仮想仕事の原理 [V1] の離散化 (10)

式 (41)，式 (50c)，式 (50d) より

$${}_0\partial\delta{}^t\mathbf{u} = {}_0\mathbf{C}_2\ \delta{}^t\mathbf{u}^e \qquad \cdots \quad (51a)$$

$${}_0\partial{}^t\dot{\mathbf{u}} = {}_0\mathbf{C}_2\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e \qquad \cdots \quad (51b)$$

式 (51) を式 (50a) に代入すると

$$\sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}_0\partial\delta{}^t\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\ {}^t_0\boldsymbol{\Sigma}\ {}_0\partial{}^t\dot{\mathbf{u}}\ d\,{}^0\Omega = \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} ({}_0\mathbf{C}_2\ \delta{}^t\mathbf{u}^e)^{\mathrm{T}}\ {}^t_0\boldsymbol{\Sigma}\ ({}_0\mathbf{C}_2\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e)\ d\,{}^0\Omega$$

$$= \sum_e \delta{}^t\mathbf{u}^e \int_{{}^0\Omega^e} {}_0\mathbf{C}_2{}^{\mathrm{T}}\ {}^t_0\boldsymbol{\Sigma}\ {}_0\mathbf{C}_2\ d\,{}^0\Omega\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e \qquad \cdots \quad (52)$$

式 (32) の右辺，式 (52)，式 (52) より

$$\sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}^t_0\dot{\boldsymbol{S}} : \delta{}^t_0\boldsymbol{E}\ d\,{}^0\Omega + \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} {}^t_0\boldsymbol{S} : \left\{ (\delta{}^t_0\boldsymbol{F})^{\mathrm{T}} \cdot {}^t_0\dot{\boldsymbol{F}} \right\} d\,{}^0\Omega$$

$$= \sum_e \delta{}^t\mathbf{u}^{e\mathrm{T}} \int_{{}^0\Omega^e} {}^t_0\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{D}\ {}^t_0\mathbf{B}\ d\,{}^0\Omega\ \ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e + \sum_e \delta{}^t\mathbf{u}^{e\mathrm{T}} \int_{{}^0\Omega^e} {}_0\mathbf{C}_2{}^{\mathrm{T}}\ \underline{{}^t_0\boldsymbol{\Sigma}}\ {}_0\mathbf{C}_2\ d\,{}^0\Omega\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e$$

$$= \sum_e \delta{}^t\mathbf{u}^{e\mathrm{T}}\ \underline{{}^t_0\mathbf{K}^e}\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e \qquad \cdots \quad (53)$$

第2Piola-Kirchhoff応力は
式 (12a) から求めます

接線剛性マトリックス

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (1)

式 (33) の左辺より

$$
\sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t\boldsymbol{T} : \delta\,{}^t\boldsymbol{A}_{(L)}\; d\,{}^t\Omega = \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^tT_{ij}\;\delta\,{}^tA_{(L)ij}\; d\,{}^t\Omega
$$

$$
\begin{aligned}
&= \sum_e \int_{{}^0\Omega^e} \Big({}^tT_{xx}\,\delta\,{}^tA_{(L)xx} + {}^tT_{xy}\,\delta\,{}^tA_{(L)xy} + \underset{{}^tT_{zx}}{\underline{{}^tT_{xz}}}\;\underset{\delta\,{}^tA_{(L)zx}}{\underline{\delta\,{}^tA_{(L)xz}}} \\
&\qquad + \underset{{}^tT_{xy}}{\underline{{}^tT_{yx}}}\;\underset{\delta\,{}^tA_{(L)xy}}{\underline{\delta\,{}^tA_{(L)yx}}} + {}^tT_{yy}\,\delta\,{}^tA_{(L)yy} + {}^tT_{yz}\,\delta\,{}^tA_{(L)yz} \\
&\qquad + {}^tT_{zx}\,\delta\,{}^tA_{(L)zx} + \underset{{}^tT_{yz}}{\underline{{}^tT_{zy}}}\;\underset{\delta\,{}^tA_{(L)yz}}{\underline{\delta\,{}^tA_{(L)zy}}} + {}^tT_{zz}\,\delta\,{}^tA_{(L)zz} \Big)\; d\,{}^0\Omega
\end{aligned}
$$

$$
= \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} \underbrace{\begin{pmatrix} \delta\,{}^tA_{(L)xx} & \delta\,{}^tA_{(L)yy} & \delta\,{}^tA_{(L)zz} & 2\delta\,{}^tA_{(L)xy} & 2\delta\,{}^tA_{(L)yz} & 2\delta\,{}^tA_{(L)zx} \end{pmatrix}}_{\delta\,{}^t\mathbf{a}_{(\mathrm{L})}{}^{\mathrm{T}}} \underbrace{\begin{pmatrix} {}^tT_{xx} \\ {}^tT_{yy} \\ {}^tT_{zz} \\ {}^tT_{xy} \\ {}^tT_{yz} \\ {}^tT_{zx} \end{pmatrix}}_{{}^t_0\mathbf{S}} d\,{}^t\Omega \quad \cdots \quad (53)
$$

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (2)

式 (4b) より

$$\delta\,{}^{t}A_{(\mathrm{L})xx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_x}{\partial\,{}^{t}x} + \frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_x}{\partial\,{}^{t}x}\right) = \frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_x}{\partial\,{}^{t}x} \quad \cdots \quad (54a)$$

$$\delta\,{}^{t}A_{(\mathrm{L})yy} = \frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_y}{\partial\,{}^{t}y} \quad \cdots \quad (54b)$$

$$\delta\,{}^{t}A_{(\mathrm{L})zz} = \frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_z}{\partial\,{}^{t}z} \quad \cdots \quad (54c)$$

$$\delta\,{}^{t}A_{(\mathrm{L})xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_y}{\partial\,{}^{t}x} + \frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_x}{\partial\,{}^{t}y}\right) \quad \cdots \quad (54d)$$

$$\delta\,{}^{t}A_{(\mathrm{L})yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_y}{\partial\,{}^{t}z} + \frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_z}{\partial\,{}^{t}y}\right) \quad \cdots \quad (54e)$$

$$\delta\,{}^{t}A_{(\mathrm{L})zx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_x}{\partial\,{}^{t}z} + \frac{\partial\,\delta\,{}^{t}u_z}{\partial\,{}^{t}x}\right) \quad \cdots \quad (54f)$$

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (3)

式 (54) より

$$
\underbrace{\begin{pmatrix} \delta\, {}^{t}\!A_{(\mathrm{L})xx} \\ \delta\, {}^{t}\!A_{(\mathrm{L})yy} \\ \delta\, {}^{t}\!A_{(\mathrm{L})zz} \\ \delta\, {}^{t}\!A_{(\mathrm{L})xy} \\ \delta\, {}^{t}\!A_{(\mathrm{L})yz} \\ \delta\, {}^{t}\!A_{(\mathrm{L})zx} \end{pmatrix}}_{\delta\, {}^{t}\mathbf{a}_{(\mathrm{L})}}
=
\underbrace{\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{pmatrix}}_{\mathbf{C}_1}
\underbrace{\begin{pmatrix}
\dfrac{\partial\, \delta\, {}^{t}u_x}{\partial\, {}^{t}x} \\
\dfrac{\partial\, \delta\, {}^{t}u_x}{\partial\, {}^{t}y} \\
\dfrac{\partial\, \delta\, {}^{t}u_x}{\partial\, {}^{t}z} \\
\dfrac{\partial\, \delta\, {}^{t}u_y}{\partial\, {}^{t}x} \\
\dfrac{\partial\, \delta\, {}^{t}u_y}{\partial\, {}^{t}y} \\
\dfrac{\partial\, \delta\, {}^{t}u_y}{\partial\, {}^{t}z} \\
\dfrac{\partial\, \delta\, {}^{t}u_z}{\partial\, {}^{t}x} \\
\dfrac{\partial\, \delta\, {}^{t}u_z}{\partial\, {}^{t}y} \\
\dfrac{\partial\, \delta\, {}^{t}u_z}{\partial\, {}^{t}z}
\end{pmatrix}}_{{}_{t}\partial\, \delta\, {}^{t}\mathbf{u}}
\quad \cdots \quad (55)
$$

${}^{t}_{0}\mathbf{C}_1$ の変位こう配を零とすれば，$\mathbf{C}_1$ となる

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (4)

式 (35) より

$$
\underbrace{\begin{pmatrix}
\dfrac{\partial \delta^t u_x}{\partial {}^t x} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta^t u_x}{\partial {}^t y} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta^t u_x}{\partial {}^t z} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta^t u_y}{\partial {}^t x} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta^t u_y}{\partial {}^t y} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta^t u_y}{\partial {}^t z} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta^t u_z}{\partial {}^t x} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta^t u_z}{\partial {}^t y} \\[2mm]
\dfrac{\partial \delta^t u_z}{\partial {}^t z}
\end{pmatrix}}_{{}_t\partial \delta^t \mathbf{u}}
=
\underbrace{\begin{pmatrix}
\dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^t x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^t x} & 0 & 0 & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^t x} & 0 & 0 \\[2mm]
\dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^t y} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^t y} & 0 & 0 & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^t y} & 0 & 0 \\[2mm]
\dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^t z} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^t z} & 0 & 0 & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^t z} & 0 & 0 \\[2mm]
0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^t x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^t x} & 0 & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^t x} & 0 \\[2mm]
0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^t y} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^t y} & 0 & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^t y} & 0 \\[2mm]
0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^t z} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^t z} & 0 & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^t z} & 0 \\[2mm]
0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^t x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^t x} & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^t z} \\[2mm]
0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^t x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^t y} & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^t z} \\[2mm]
0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(1)}}{\partial {}^t x} & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(2)}}{\partial {}^t z} & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(8)}}{\partial {}^t z}
\end{pmatrix}}_{{}_t\mathbf{C}_2}
\underbrace{\begin{pmatrix}
\delta^t u_x^{(1)} \\ \delta^t u_y^{(1)} \\ \delta^t u_z^{(1)} \\ \delta^t u_x^{(2)} \\ \delta^t u_y^{(2)} \\ \delta^t u_z^{(2)} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta^t u_x^{(8)} \\ \delta^t u_y^{(8)} \\ \delta^t u_z^{(8)}
\end{pmatrix}}_{\delta^t \mathbf{u}^e}
\qquad \cdots \quad (56)
$$

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (5)

式 (55) と式 (56) より

$$\delta\, {}^t\mathbf{a}_{(\mathrm{L})} = \mathbf{C}_1\, {}_t\partial\delta\, {}^t\mathbf{u}$$

$$= \mathbf{C}_1\, {}_t\mathbf{C}_2\, \delta\, {}^t\mathbf{u}^e$$

$$= {}^t_t\mathbf{B}\ \ \delta\, {}^t\mathbf{u}^e \qquad \cdots \quad (57a)$$

$$ {}^t_t\mathbf{B} = \left({}^t_t\mathbf{B}^{(1)}\ \ {}^t_t\mathbf{B}^{(2)}\ \ \cdots\cdots\cdots\cdots\ \ {}^t_t\mathbf{B}^{(8)} \right) \qquad \cdots \quad (57b)$$

$$ {}^t_t\mathbf{B}^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\, {}^t x} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\, {}^t y} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\, {}^t z} \\ \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\, {}^t y} & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\, {}^t x} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\, {}^t z} & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\, {}^t y} \\ \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\, {}^t z} & 0 & \dfrac{\partial N^{(\alpha)}}{\partial\, {}^t x} \end{pmatrix} \qquad \cdots \quad (57c)$$

$$ {}^t_t\mathbf{B}^{(\alpha)} = {}^t_t\mathbf{B}_0{}^{(\alpha)} \qquad \cdots \quad (57c)'$$

式 (57c) と式 (42c) を比較すると,

${}^t_0\mathbf{B}_1{}^{(\alpha)}$ に相当する部分がない

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (6)

式 (33) の右辺に式 (43) を代入して

$$\sum_e \oint_{\partial {}^t\Omega^e} {}^t\boldsymbol{t} \cdot \delta {}^t\boldsymbol{u}\, d\,{}^t\Gamma + \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t\rho \boldsymbol{b} \cdot \delta {}^t\boldsymbol{u}\, d\,{}^t\Omega$$

$$= \sum_e \oint_{\partial {}^t\Omega^e} (\mathbf{N}\ \delta {}^t\mathbf{u}^e)^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} {}^t t_x \\ {}^t t_y \\ {}^t t_z \end{pmatrix} d\Gamma + \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} (\mathbf{N}\ \delta {}^t\mathbf{u}^e)^{\mathrm{T}}\ {}^t\rho \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} d\,{}^t\Omega$$

$$= \sum_e \delta {}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}} \oint_{\partial {}^t\Omega^e} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} {}^t t_x \\ {}^t t_y \\ {}^t t_z \end{pmatrix} d\,{}^t\Gamma + \sum_e \delta {}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}} \int_{{}^t\Omega^e} \mathbf{N}^{\mathrm{T}}\ {}^t\rho \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} d\,{}^t\Omega$$

$$= \sum_e \delta {}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{f}^e \qquad \cdots \quad (58)$$

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (7)

式 (53) と式 (57) より

$$\sum_e \int_{{}^t\Omega^e} \delta\, {}^t\mathbf{A}_{(\mathrm{L})}{}^{\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{T}\ d\,{}^t\Omega = \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} ({}^t_t\mathbf{B}\ \delta\mathbf{u}^e)^{\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{T}\ d\,{}^t\Omega$$

$$= \sum_e \delta\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}} \int_{{}^t\Omega^e} {}^t_t\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{T}\ d\,{}^t\Omega$$

$$= \sum_e \delta\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{q}^e \qquad \cdots \quad (59)$$

式 (58) と式 (59) より

$$\boxed{\sum_e \delta\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{q}^e = \sum_e \delta\, {}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{f}^e} \qquad \cdots \quad (60)$$

式 (33) の離散化式

$$\boxed{\delta\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{q} = \delta\, {}^t\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\ {}^t\mathbf{f}} \qquad \cdots \quad (61)$$

全体の離散化式

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (8)

式 (24) より

$$\underbrace{\begin{pmatrix} {}^t_t\dot{S}_{xx} \\ {}^t_t\dot{S}_{yy} \\ {}^t_t\dot{S}_{zz} \\ {}^t_t\dot{S}_{xy} \\ {}^t_t\dot{S}_{yz} \\ {}^t_t\dot{S}_{zx} \end{pmatrix}}_{{}^t_t\dot{\mathbf{s}}} = {}^t\widetilde{\mathbf{D}} \underbrace{\begin{pmatrix} {}^tD_{xx} \\ {}^tD_{yy} \\ {}^tD_{zz} \\ {}^tD_{xy} \\ {}^tD_{yz} \\ {}^tD_{zx} \end{pmatrix}}_{{}^t\mathbf{d}} \quad \cdots \quad (62a)$$

$${}^t\widetilde{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \widetilde{C}_{xxxx} & \widetilde{C}_{xxyy} & \widetilde{C}_{xxzz} & \widetilde{C}_{xxxy} & \widetilde{C}_{xxyz} & \widetilde{C}_{xxzx} \\ \widetilde{C}_{yyxx} & \widetilde{C}_{yyyy} & \widetilde{C}_{yyzz} & \widetilde{C}_{yyxy} & \widetilde{C}_{yyyz} & \widetilde{C}_{yyzx} \\ \widetilde{C}_{zzxx} & \widetilde{C}_{zzyy} & \widetilde{C}_{zzzz} & \widetilde{C}_{zzxy} & \widetilde{C}_{zzyz} & \widetilde{C}_{zzzx} \\ \widetilde{C}_{xyxx} & \widetilde{C}_{xyyy} & \widetilde{C}_{xyzz} & \widetilde{C}_{xyxy} & \widetilde{C}_{xyyz} & \widetilde{C}_{xyzx} \\ \widetilde{C}_{yzxx} & \widetilde{C}_{yzyy} & \widetilde{C}_{yzzz} & \widetilde{C}_{yzxy} & \widetilde{C}_{yzyz} & \widetilde{C}_{yzzx} \\ \widetilde{C}_{zxxx} & \widetilde{C}_{zxyy} & \widetilde{C}_{zxzz} & \widetilde{C}_{zxxy} & \widetilde{C}_{zxyz} & \widetilde{C}_{zxzx} \end{pmatrix} \quad \cdots \quad (62b)$$

式 (34) の右辺第1項に式 (57) と式 (62) を代入すると

$$\begin{aligned} &\sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t_t\dot{\mathbf{S}} : \delta\, {}^t\mathbf{A}_{(\mathrm{L})} \, d\,{}^t\Omega \\ &= \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} \delta\,{}^t\mathbf{a}_{(\mathrm{L})}{}^{\mathrm{T}} \; {}^t_t\dot{\mathbf{s}} \; d\,{}^t\Omega \\ &= \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} \delta\,{}^t\mathbf{a}_{(\mathrm{L})}{}^{\mathrm{T}} \; {}^t\widetilde{\mathbf{D}} \; {}^t\mathbf{d} \; d\,{}^t\Omega \\ &= \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} ({}^t_t\mathbf{B} \;\; \delta\,{}^t\mathbf{u}^e)^{\mathrm{T}} \; {}^t\widetilde{\mathbf{D}} \; ({}^t_t\mathbf{B} \;\; {}^t\dot{\mathbf{u}}^e) \; d\,{}^t\Omega \\ &= \sum_e \delta\,{}^t\mathbf{u}^{e\,\mathrm{T}} \int_{{}^t\Omega^e} {}^t_t\mathbf{B}^{\mathrm{T}} \; {}^t\widetilde{\mathbf{D}} \; {}^t_t\mathbf{B} \; d\,{}^t\Omega \;\; {}^t\dot{\mathbf{u}}^e \end{aligned}$$

$$\cdots \quad (63)$$

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (9)

式 (34) の右辺第2項より

$$\sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t\boldsymbol{T} : \left\{ (\delta_t^t \boldsymbol{F})^{\mathrm{T}} \cdot {}^t\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \right\} d\,{}^t\Omega = \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} \delta_t^t F_{ki}\ {}^tT_{ij}\ {}^tL_{jk}\ d\,{}^t\Omega$$

$$= \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} \left\{ \begin{pmatrix} \delta_t^t F_{xx} & \delta_t^t F_{xy} & \delta_t^t F_{xz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^tT_{xx} & {}^tT_{xy} & {}^tT_{xz} \\ {}^tT_{yx} & {}^tT_{yy} & {}^tT_{yz} \\ {}^tT_{zx} & {}^tT_{zy} & {}^tT_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^tL_{xx} \\ {}^tL_{yx} \\ {}^tL_{zx} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_t^t F_{yx} & \delta_t^t F_{yy} & \delta_t^t F_{yz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^tT_{xx} & {}^tT_{xy} & {}^tT_{xz} \\ {}^tT_{yx} & {}^tT_{yy} & {}^tT_{yz} \\ {}^tT_{zx} & {}^tT_{zy} & {}^tT_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^tL_{xy} \\ {}^tL_{yy} \\ {}^tL_{zy} \end{pmatrix} \right.$$

$$\left. + \begin{pmatrix} \delta_t^t F_{zx} & \delta_t^t F_{zy} & \delta_t^t F_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^tT_{xx} & {}^tT_{xy} & {}^tT_{xz} \\ {}^tT_{yx} & {}^tT_{yy} & {}^tT_{yz} \\ {}^tT_{zx} & {}^tT_{zy} & {}^tT_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^tL_{xz} \\ {}^tL_{yz} \\ {}^tL_{zz} \end{pmatrix} \right\} d\,{}^t\Omega$$

$$= \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}_t\partial\delta^t\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\ {}^t\boldsymbol{\Sigma}\ {}_t\partial^t\dot{\mathbf{u}}\ d\,{}^t\Omega \quad \cdots \quad (64a)$$

$${}^t\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^tT_{xx} & {}^tT_{xy} & {}^tT_{xz} \\ {}^tT_{yx} & {}^tT_{yy} & {}^tT_{yz} \\ {}^tT_{zx} & {}^tT_{zy} & {}^tT_{zz} \end{pmatrix} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \begin{pmatrix} {}^tT_{xx} & {}^tT_{xy} & {}^tT_{xz} \\ {}^tT_{yx} & {}^tT_{yy} & {}^tT_{yz} \\ {}^tT_{zx} & {}^tT_{zy} & {}^tT_{zz} \end{pmatrix} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \begin{pmatrix} {}^tT_{xx} & {}^tT_{xy} & {}^tT_{xz} \\ {}^tT_{yx} & {}^tT_{yy} & {}^tT_{yz} \\ {}^tT_{zx} & {}^tT_{zy} & {}^tT_{zz} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad \cdots \quad (64b)$$

$$\begin{pmatrix} \delta_t^t F_{xx} & \delta_t^t F_{xy} & \delta_t^t F_{xz} & \delta_t^t F_{yx} & \delta_t^t F_{yy} & \delta_t^t F_{yz} & \delta_t^t F_{zx} & \delta_t^t F_{zy} & \delta_t^t F_{zz} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dfrac{\partial\delta^t u_x}{\partial^t x} & \dfrac{\partial\delta^t u_x}{\partial^t y} & \dfrac{\partial\delta^t u_x}{\partial^t z} & \dfrac{\partial\delta^t u_y}{\partial^t x} & \dfrac{\partial\delta^t u_y}{\partial^t y} & \dfrac{\partial\delta^t u_y}{\partial^t z} & \dfrac{\partial\delta^t u_z}{\partial^t x} & \dfrac{\partial\delta^t u_z}{\partial^t y} & \dfrac{\partial\delta^t u_z}{\partial^t z} \end{pmatrix}$$

$$= {}_t\partial\delta^t\mathbf{u} \quad \cdots \quad (64c)$$

$$\begin{pmatrix} {}^tL_{xx} & {}^tL_{yx} & {}^tL_{zx} & {}^tL_{xy} & {}^tL_{yy} & {}^tL_{zy} & {}^tL_{xz} & {}^tL_{yz} & {}^tL_{zz} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^t\dot{u}_x}{\partial^t x} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_x}{\partial^t y} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_x}{\partial^t z} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_y}{\partial^t x} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_y}{\partial^t y} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_y}{\partial^t z} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_z}{\partial^t x} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_z}{\partial^t y} & \dfrac{\partial^t\dot{u}_z}{\partial^t z} \end{pmatrix}$$

$$= {}_t\partial^t\dot{\mathbf{u}} \quad \cdots \quad (64d)$$

仮想仕事の原理 [V2] の離散化 (10)

式 (56)，式 (64c)，式 (64d) より

$$ {}_t\partial\delta{}^t\mathbf{u} = {}_t\mathbf{C}_2\ \delta{}^t\mathbf{u}^e \qquad \cdots \quad (65a) $$

$$ {}_t\partial{}^t\dot{\mathbf{u}} = {}_t\mathbf{C}_2\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e \qquad \cdots \quad (65b) $$

式 (65) を式 (64a) に代入すると

$$ \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}_t\partial\delta{}^t\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\ {}^t\boldsymbol{\Sigma}\ {}_t\partial{}^t\dot{\mathbf{u}}\ d\,{}^t\Omega = \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} ({}_t\mathbf{C}_2\ \delta{}^t\mathbf{u}^e)^{\mathrm{T}}\ {}^t\boldsymbol{\Sigma}\ ({}_t\mathbf{C}_2\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e)\ d\,{}^t\Omega $$

$$ = \sum_e \delta{}^t\mathbf{u}^{e\mathrm{T}} \int_{{}^t\Omega^e} {}_t\mathbf{C}_2{}^{\mathrm{T}}\ {}^t\boldsymbol{\Sigma}\ {}_t\mathbf{C}_2\ d\,{}^t\Omega\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e \qquad \cdots \quad (66) $$

式 (34) の右辺，式 (63)，式 (66) より

$$ \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t_t\dot{\boldsymbol{S}} : \delta{}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\ d\,{}^t\Omega + \sum_e \int_{{}^t\Omega^e} {}^t\boldsymbol{T} : \left\{ (\delta{}^t_t\boldsymbol{F})^{\mathrm{T}} \cdot {}^t\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \right\} d\,{}^t\Omega $$

$$ = \sum_e \delta{}^t\mathbf{u}^{e\mathrm{T}} \int_{{}^t\Omega^e} {}^t_t\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\ {}^t\widetilde{\mathbf{D}}\ {}^t_t\mathbf{B}\ d\,{}^t\Omega\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e + \sum_e \delta{}^t\mathbf{u}^{e\mathrm{T}} \int_{{}^t\Omega^e} {}_t\mathbf{C}_2{}^{\mathrm{T}}\ \underline{{}^t\boldsymbol{\Sigma}}\ {}_t\mathbf{C}_2\ d\,{}^t\Omega\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e $$

Cauchy応力は時間積分から求めます

$$ = \sum_e \delta{}^t\mathbf{u}^{e\mathrm{T}}\ \underline{{}^t_t\mathbf{K}^e}\ {}^t\dot{\mathbf{u}}^e \qquad \cdots \quad (67) $$

接線剛性マトリックス

参考文献

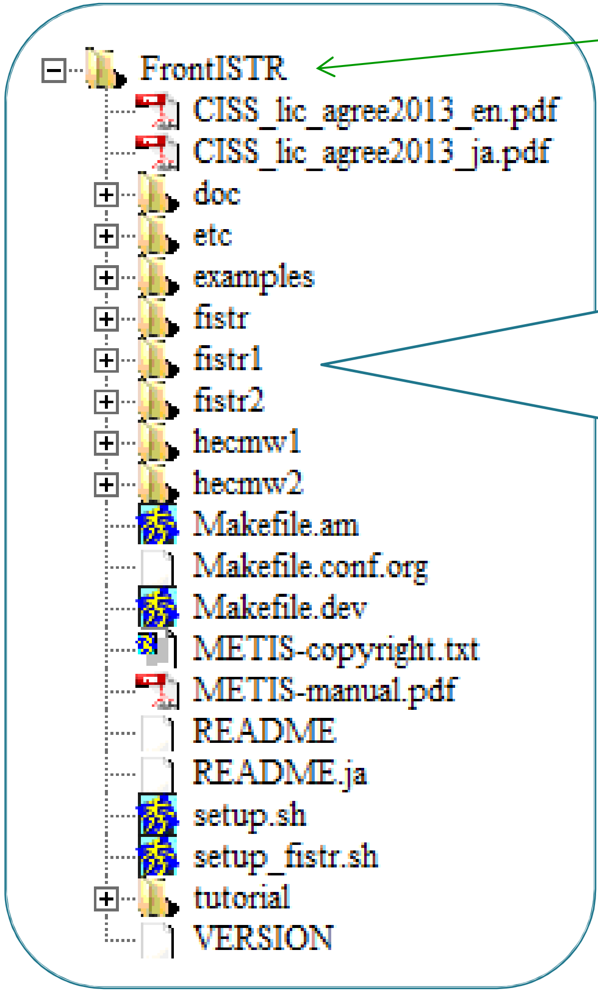
「Total Lagrange法およびUpdated Lagrange法のための定式化」および「有限要素離散化」の参考文献

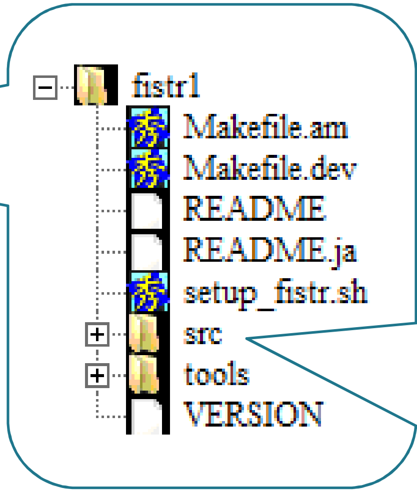
[1] FrontISTR Ver.3.4 ユーザーマニュアル, 2013.
[2] FrontISTR Ver.3.4 チュートリアルガイド, 2013.
[3] 久田俊明, 非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎, 1992, 丸善.
[4] 久田俊明, 野口裕久, 非線形有限要素法の基礎と応用, 1995, 丸善.
[5] 渡邉浩志,非線形有限要素法特論, http://www.sml.k.u-tokyo.ac.jp/members/nabe/.

FrontISTRのソースコードの関連するサブルーチン

FrontISTRのディレクトリ構成 (1)

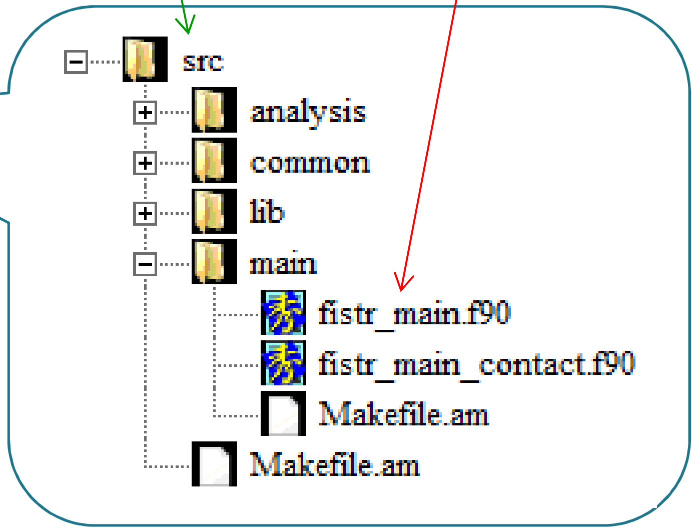
FrontISTR_V42c.tar.gzを解凍します





ディレクトリsrcの下が
ソースファイル群です

FrontISTR V3.4cの
メインプログラムです



四つのディレクトリ「main」,
「common」, 「analysis」, 「lib」が
あります

FrontISTRのディレクトリ構成 (2)

```
src
├ analysis   データの読み込み関係の
├ common     プログラム
│ ├ fstr_contact.f90
│ ├ fstr_ctrl_common.f90
│ ├ fstr_ctrl_dynamic.f90
│ ├ fstr_ctrl_eigen.f90
│ ├ fstr_ctrl_freq.f90
│ ├ fstr_ctrl_heat.f90
│ ├ fstr_ctrl_material.f90
│ ├ fstr_ctrl_modifier.f90
│ ├ fstr_ctrl_static.f90
│ ├ fstr_ctrl_util.c
│ ├ fstr_ctrl_util.h
│ ├ fstr_ctrl_util_f.inc
│ ├ fstr_debug_dump.f90
│ ├ fstr_get_prop.f90
│ ├ fstr_precheck.f90
│ ├ fstr_rcap_io.f90
│ ├ fstr_rcap_io_dummy.f90
│ ├ fstr_setup.f90
│ ├ fstr_setup_util.f90
│ ├ fstr_sort_index.c
│ ├ fstr_sort_index.h
│ ├ hecmw2fstr_connect_conv.c
│ ├ hecmw2fstr_connect_conv.h
│ ├ hecmw2fstr_mesh_conv.f90
│ └ Makefile.am
├ lib
├ main
└ Makefile.am
```

```
src
├ analysis
│ ├ dynamic   動解析用プログラム
│ ├ heat      伝熱解析用プログラム
│ ├ Makefile.am
│ └ static    静解析用プログラム
│   ├ dummy_solve_LINEQ_mkl.f90
│   ├ fstr_AddBC.f90
│   ├ fstr_AddContactStiff.f90
│   ├ fstr_ass_load.f90
│   ├ fstr_mat_con_contact.f90
│   ├ fstr_mat_resid_contact.f90
│   ├ fstr_NodalStress.f90
│   ├ fstr_Residual.f90
│   ├ fstr_Restart.f90
│   ├ fstr_solve_LINEAR.f90
│   ├ fstr_solve_NLGEOM.f90
│   ├ fstr_solve_NonLinear.f90
│   ├ fstr_StiffMatrix.f90
│   ├ fstr_Update.f90
│   ├ Makefile.am
│   ├ readtemp.f90
│   ├ set_arrays_DirectSolver.f90
│   ├ solve_LINEQ_contact.f90
│   ├ solve_LINEQ_direct_serial_lag.f90
│   ├ solve_LINEQ_mkl.f90
│   ├ solve_LINEQ_MUMPS_contact.f90
│   ├ sparse_matrix_contact.f90
│   ├ static_echo.f90
│   ├ static_make_result.f90
│   ├ static_mat_ass.f90
│   ├ static_mat_ass_main.f90
│   └ static_output.f90
├ common
├ lib
├ main
└ Makefile.am
```

```
src
├ analysis
├ common
├ lib
│ ├ contact
│ ├ eigen_LIB.f90
│ ├ eigen_LIB_2d1mass.f90
│ ├ eigen_LIB_2d2mass.f90
│ ├ eigen_LIB_3d1mass.f90
│ ├ eigen_LIB_3d2mass.f90
│ ├ element   有限要素の幾何情報を
│ │ │         計算するプログラム
│ │ │         → Bマトリックスの
│ │ │           計算で使用
│ │ ├ element.f90
│ │ ├ hex20n.f90
│ │ ├ hex8n.f90
│ │ ├ line2n.f90
│ │ ├ line3n.f90
│ │ ├ Makefile.am
│ │ ├ prism15n.f90
│ │ ├ prism6n.f90
│ │ ├ quad4n.f90
│ │ ├ quad8n.f90
│ │ ├ quad9n.f90
│ │ ├ quadrature.f90
│ │ ├ tet10n.f90
│ │ ├ tet4n.f90
│ │ ├ tri3n.f90
│ │ └ tri6n.f90
│ ├ fstr_lczparm.f90
│ ├ GaussM.f90
│ ├ heat_LIB.f90
│ ├ heat_LIB_CAPACITY.f90
│ ├ heat_LIB_CONDUCTIVITY.f90
│ ├ heat_LIB_DFLUX.f90
│ ├ heat_LIB_FILM.f90
│ ├ heat_LIB_NEUTRAL.f90
│ ├ heat_LIB_RADIATE.f90
│ ├ heat_LIB_THERMAL.f90
│ ├ m_common_struct.f90
│ ├ m_fstr.f90
│ ├ m_fstr_freqdata.f90
│ ├ m_fstr_para_contact.f90
│ ├ m_Makrose.f90
│ ├ m_MakrosePartMesh.f90
│ ├ m_Metis403API_f.f90
│ ├ m_Metis403API_f_dumm.f90
│ ├ m_out.f90
│ ├ m_step.f90
│ ├ Makefile.am
│ ├ MeshDefinition.inc
│ ├ MUMPS_wrapper.f90
│ ├ MUMPS_wrapper_dumm.f90
│ ├ physics   材料情報を計算する
│ │ │         プログラム
│ │ │         → Dマトリックスの
│ │ │           計算で使用
│ │ ├ calMatMatrix.f90
│ │ ├ creep.f90
│ │ ├ ElasticLinear.f90
│ │ ├ ElasticNeoHooke.f90
│ │ ├ Elastoplastic.f90
│ │ ├ Hyperelastic.f90
│ │ ├ Makefile.am
│ │ ├ material.f90
│ │ ├ mechgauss.f90
│ │ ├ Viscoelastic.f90
│ │ └ Viscoplastic.f90
│ ├ precheck_LIB_2d.f90
│ ├ precheck_LIB_3d.f90
│ ├ precheck_LIB_shell.f90
│ ├ solve_LINEQ.f90
│ ├ solve_LINEQ_MUMPS.f90
│ ├ sparse_matrix.f90
│ ├ sparse_matrix_hec.f90
│ ├ static_LIB.f90
│ ├ static_LIB_1d.f90
│ ├ static_LIB_2d.f90
│ ├ static_LIB_3d.f90
│ ├ static_LIB_3dIC.f90
│ ├ static_LIB_beam.f90
│ ├ static_LIB_C3D8.f90
│ ├ static_LIB_shell.f90
│ ├ user
│ └ utilities
├ main
└ Makefile.am
```

有限変形弾性静解析の流れ (1)

```
[main/fistr_main.f90] PROGRAM fstr_main
        hecmw_init()
        hecmw_get_mesh()
        [main/fistr_main.f90] fstr_init()
                hecmw_nullify_matrix ()
                hecmw_nullify_result_data ()
                [main/fistr_main.f90] fstr_init_file()
                hecmw_mat_con ()
                [main/fistr_main.f90] fstr_condition()
                        hecmw_ctrl_get_control_file ()
        [main/fistr_main.f90] fstr_nonlinear_static_analysis()
                [analysis/static/fstr_solve_NLGEOM.f90] m_fstr_solve_NLGEOM::fstr_solve_nlgeom()
                        [analysis/static/fstr_solve_Nonlinear.f90] m_fstr_NonLinearMethod::fstr_Newton()   } time increment step (substep) 1
                                ….
                                ….
                        [analysis/static/fstr_solve_Nonlinear.f90] m_fstr_NonLinearMethod::fstr_Newton()   } time increment step (substep) 2
                                ….
                                ….
                                ….
                                ….
                        [analysis/static/static_output.f90] m_static_output::fstr_static_Output()
                                [analysis/static/static_make_result.f90] m_static_make_result::fstr_write_static_result()
        [main/fistr_main.f90] fstr_finalize()
        hecmw_finalize ()
```

[ディレクトリ/ファイル名] モジュール名::サブルーチン名()を意味しています

有限変形弾性静解析の流れ (2)

```
[analysis/static/fstr_solve_Nonlinear.f90] m_fstr_NonLinearMethod::fstr_Newton()
      hecmw_allreduce_I1()
      [analysis/static/fstr_ass_load.f90] m_fstr_ass_load::fstr_ass_load()
      [analysis/static/fstr_StfiffMatrix.f90] m_fstr_StiffMatrix::fstr_StiffMatrix()
           hecmw_mat_clear()
           [lib/static_LIB_C3D8.f90] m_static_LIB_C3D8::STF_C3D8Bbar()
                  [lib/element/element.f90] elementInfo::getQuadPoint()
                  [lib/element/element.f90] elementInfo::getGlobalDeriv()
                  [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix::MatlMatrix()
                        [lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear::calElasticMatrix()
           hecmw_mat_ass_elem()
      [analysis/static/fstr_AddBC.f90] m_fstr_AddBC::fstr_AddBC()
      [lib/solve_LINEQ.f90] m_solve_LINEQ::solve_LINEQ()
      hecmw_update_3_R()
      [analysis/static/fstr_Update.f90] m_fstr_Update::fstr_UpdateNewton()
           [lib/static_LIB_C3D8.f90] m_static_LIB_C3D8::Update_C3D8Bbar()
                  [lib/element/element.f90] elementInfo::getQuadPoint()
                  [lib/element/element.f90] elementInfo::getGlobalDeriv()
                  [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix::MatlMatrix()
                       [lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear::calElasticMatrix()
           hecmw_update_3_R()
      [analysis/static/fstr_Residual.f90] m_fstr_Residual::fstr_Update_NDForce()
      hecmw_allreduce_R1()
      [analysis/static/fstr_StfiffMatrix.f90] m_fstr_StiffMatrix::fstr_StiffMatrix()
                  ….
                  ….
      [analysis/static/fstr_Residual.f90] m_fstr_Residual::fstr_Update_NDForce()
      hecmw_allreduce_R1()
      [analysis/static/fstr_StfiffMatrix.f90] m_fstr_StiffMatrix::fstr_StiffMatrix()
                  ….
                  ….
```

Newton-Raphson iteration (iter) 1

Newton-Raphson iteration (iter) 2

[ファイル名]モジュール名::サブルーチン名()を意味しています

剛性マトリックスの作成において関連するサブルーチン

- Dマトリックスの計算で使用するサブルーチン

  [lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear::calElasticMatrix()

  [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix∷MatlMatrix()

- Bマトリックスの計算で使用するサブルーチン

  [lib/element/element.f90] elementInfo::getGlobalDeriv()

- 接線剛性マトリックスの計算で使用するサブルーチン

  [lib/static_LIB_C3D8.f90] m_static_LIB_C3D8::STF_C3D8Bbar()

- 全体接線剛性マトリックスを計算するサブルーチン

  [analysis/static/fstr_StfiffMatrix.f90] m_fstr_StiffMatrix::fstr_StiffMatrix()

[lib/physics/ElasticLinear.f90]の内容

モジュール名 : m_ElasticLinear
線形弾性体のDマトリックスを計算するモジュール

使用する他のモジュール
・[lib/physics/material.f90] mMaterial
　材料物性の情報を管理するモジュール

メンバ変数
・整数型 kreal
　実数型の種別値

メンバ関数
・サブルーチン calElasticMatrix()
　3次元問題，平面ひずみ問題，平面応力問題，軸対称問題のDマトリックスを計算するサブルーチン
・サブルーチン calElasticMatrix_ortho()
　直交異方性がある場合，3次元問題のDマトリックスを計算するサブルーチン
・サブルーチン LinearElastic_Shell()
　シェル要素を使用する場合，埋め込み座標系成分のDマトリックスを計算するサブルーチン

[lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear ::calElasticMatrix() の内容

サブルーチン名 : calElasticMatrix()
3次元問題，平面ひずみ問題，平面応力問題，軸対称問題のDマトリックスを
計算するサブルーチン

引数
・構造体(tMaterial) matl
　材料に関連するデータ
・整数型 sectType
　問題の種類 (3次元問題/平面ひずみ/平面応力問題/軸対称問題)
・実数型 D(:, :)
　Dマトリックスの成分
・実数型 temp (省略可能)
　温度

上位
・サブルーチン [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix::MatlMatrix()
・サブルーチン [lib/physics/creep.f90] mCreep::iso_creep()
・サブルーチン [lib/physics/Elastoplastic.f90] m_ElastoPlastic::calElastoPlasticMatrix()
・サブルーチン [lib/physics/Viscoelastic.f90] mViscoElastic::calViscoelasticMatrix()

下位
・サブルーチン [lib/utilities/ttalbe.f90] m_table::fetch_TableData()

[lib/physics/calMatMatrix.f90]の内容

モジュール名 : m_MatMatrix
各材料のDマトリックスを計算するサブルーチンを呼ぶモジュール

使用する他のモジュール
- [lib/physics/material.f90] mMaterial
  材料物性の情報を管理するモジュール
- [lib/physics/mechgauss.f90] mMechGauss
  Gauss積分点の情報を管理するモジュール
- [lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear
  線形弾性体のDマトリックスを計算するモジュール
- [lib/physics/Hyperelastic.f90] mHyperElastic
  超弾性体の4階の弾性テンソル を計算するモジュール
- [lib/physics/Elastoplastic.f90] m_ElastoPlastic
  弾塑性体のDマトリックスを計算するモジュール
- [lib/physics/Viscoelastic.f90] mViscoElastic
  粘弾性体のDマトリックスを計算するモジュール
- [lib/physics/creep.f90] mCreep
  クリープを考慮した剛性マトリックス を計算するためのモジュール
- [lib/user/uelastic.f90] mUElastic
  ユーザ定義の弾性体のDマトリックスを計算するモジュール
- [lib/user/umat.f90] mUmat
  ユーザ定義の材料のDマトリックスを計算するモジュール

メンバ変数
- 整数型 kreal
  実数型の種別値

メンバ関数
- サブルーチン getNlgeomFlag()
  未使用のサブルーチン
- サブルーチン MatlMatrix()
  各材料のDマトリックスを計算するサブルーチンを呼ぶサブルーチン
- サブルーチン StressUpdate()
  各材料の応力とひずみを計算するサブルーチンを呼ぶサブルーチン
- サブルーチン mat_c2d()
  材料が超弾性体の場合，4階の弾性テンソルを問題の種類 (3次元問題/平面ひずみ/平面応力問題/軸対称問題) に応じた Dマトリックスに変換するサブルーチン
- サブルーチン MatlMatrix_Shell()
  シェル要素を使用する場合，各材料 (現バージョンでは，線形弾性体のみ)の応力とひずみを計算するサブルーチンを呼ぶ サブルーチン
- サブルーチン mat_c2d_Shell()
  シェル要素を使用する場合，4階の弾性テンソルをDマトリックスに変換するサブルーチン

[lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix ::MatlMatrix() の内容

サブルーチン名 : MatlMatrix()
各材料のDマトリックスを計算するサブルーチンを呼ぶサブルーチン

引数
・構造体(tGaussStatus) gauss
Gauss積分点に関連するデータ
・整数型 sectType
問題の種類 (3次元問題/平面ひずみ/平面応力問題/軸対称問題)
・実数型 matrix(:, :)
Dマトリックスの成分
・実数型 dt
時間増分
・実数型 cdsys(3, 3)
直交異方性がある場合に使用する座標系
・実数型 temperature 省略可能
温度

上位
・サブルーチン [lib/static_LIB_2d.f90] m_static_LIB_2d::STF_C2()
・サブルーチン [lib/static_LIB_2d.f90] m_static_LIB_2d::UPDATE_C2()
・サブルーチン [lib/static_LIB_2d.f90] m_static_LIB_2d::UpdateST_C2()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3d.f90] m_static_LIB_3d::STF_C3()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3d.f90] m_static_LIB_3d::TLOAD_C3 ()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3d.f90] m_static_LIB_3d::UPDATE_C3()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3d.f90] m_static_LIB_3d::UpdateST_C3()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3dIC.f90] m_static_LIB_3dIC::STF_C3D8IC()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3dIC.f90] m_static_LIB_3dIC::UpdateST_C3D8IC()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3dC3D8.f90] m_static_LIB_C3D8::STF_C3D8Bbar()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3dC3D8.f90] m_static_LIB_C3D8::Update_C3D8Bbar()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3dC3D8.f90] m_static_LIB_C3D8::TLOAD_C3D8Bbar()

下位
・サブルーチン [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix::mat_c2d()
・サブルーチン [lib/user/uelastic.f90] mUElastic::uElasticMatrix()
・サブルーチン [lib/physics/Viscoelastic.f90] mViscoElastic::calViscoelasticMatrix()
・サブルーチン [lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear::calElasticMatrix()
・サブルーチン [lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear::calElasticMatrix_ortho()
・サブルーチン [lib/physics/Hyperelastic.f90] mHyperElastic::calElasticMooneyRivlin()
・サブルーチン [lib/physics/Hyperelastic.f90] mHyperElastic::calElasticArrudaBoyce()
・サブルーチン [lib/physics/Elastoplastoc.f90] m_ElastoPlastic::calElastoPlasticMatrix()
・サブルーチン [lib/user/umat.f90] mUmat::uMatlMatrix()
・サブルーチン [lib/user/creep.f90] mCreep::iso_creep()

[lib/static_LIB_C3D8.f90]の内容

モジュール名 : m_static_LIB_3dC3D8
3次元六面体8節点要素 (B-bar要素) の場合，Bマトリックスおよび
要素剛性マトリックス を計算したり，Gauss積分点における応力とひずみを計算したりするモジュール

使用する他のモジュール
- hecmw
  HECMWのモジュール
- [lib/utilities/utilities.f90] m_utilities
  補助的なサブルーチンや関数を集めたモジュール
- [lib/element/element.f90] elementInfo
  要素の情報を管理するモジュール
- [lib/physics/mechgauss.f90] mMechGauss
  Gauss積分点の情報を管理するモジュール
- [lib/m_common_struct.f90] m_common_struct
  有限要素解析における共通データを定義するモジュール
- [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix
  各材料のDマトリックスを計算するサブルーチンを呼ぶモジュール
- [lib/m_fstr.f90] m_fstr
  FrontISTRにおける共通データを定義するモジュール
- [lib/physics/material.f90] [mMaterial]
  材料物性の情報を管理するモジュール
- [lib/physics/Elastoplastic.f90] m_ElastoPlastic
  弾塑性体のDマトリックスを計算するモジュール
- [lib/physics/Hyperelastic.f90] mHyperElastic
  超弾性体の4階の弾性テンソル を計算するモジュール

メンバ変数
- 整数型 kint
  整数型の種別値
- 実数型 kreal
  実数型の種別値

メンバ関数
- サブルーチン STF_C3D8Bbar()
  3次元六面体8節点要素 (B-bar要素) の場合，Bマトリックスおよび要素剛性マトリックス を計算するサブルーチン
- サブルーチン Update_C3D8Bbar()
  3次元六面体8節点要素 (B-bar要素) の場合，Gauss積分点における応力とひずみを計算するサブルーチン
- サブルーチン TLOAD_C3D8Bbar()
  3次元六面体8節点要素 (B-bar要素) の場合，熱荷重を計算するサブルーチン

[lib/static_LIB_3dC3D8.f90] m_static_LIB_3dC3D8::STF_C3D8Bbar()の内容

サブルーチン名：STF_C3D8Bbar()
3次元六面体8節点要素 (B-bar要素) の場合，Bマトリックスおよび要素剛性マトリックス を計算するサブルーチン

引数
- 整数型 etype
  要素タイプ
- 整数型 nn
  各要素の節点数 (nn=8)
- 実数型 ecoord(3, nn)
  各要素の節点座標
- 構造体(tGaussStatus) gausses(:)
  Gaussの積分点に関連するデータ
- 実数型 stiff(:, :)
  要素剛性マトリックス
- 実数型 tincr
  時間増分
- 実数型 coords(3, 3)
  材料の局所座標系を定義するのに必要な変数
- 実数型 u(:, :)　省略可能
  各要素の節点変位
- 実数型 temperature(nn)　省略可能
  各要素の節点温度

上位
- サブルーチン [analysis/static/fstr_StiffMatrix.f90] m_fstr_StiffMatrix::fstr_StiffMatrix()

下位
- サブルーチン [lib/element/element.f90] elementInfo :: getJacobian
- サブルーチン [lib/m_common_struct.f90] m_common_struct::set_localcoordsys()
- サブルーチン [lib/element/element.f90] elementInfo::getShapeFunc()
- サブルーチン [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix :: MatlMatrix ()
- サブルーチン [lib/element/element.f90] elementInfo :: getQuadPoint ()
- サブルーチン [lib/element/element.f90] elementInfo :: getGlobalDeriv ()
- 関数 [lib/element/element.f90] elementInfo :: getWeight ()

[analysis/static/fstr_StfiffMatrix.f90]の内容

モジュール名 : m_fstr_StiffMatrix
各要素に対する接線剛性マトリックスを計算するサブルーチンを呼び，
全体剛性マトリックスを作成するモジュール

使用する他のモジュール

- [lib/m_fstr.f90] m_fstr
  FrontISTRにおける共通データを定義するモジュール
- [lib/static_LIB.f90] m_static_LIB
  静解析で使用するモジュールを定義するモジュール
- [lib/physics/mechgauss.f90] mMechGauss
  Gauss積分点の情報を管理するモジュール

メンバ関数

- サブルーチン　fstr_StiffMatrix()
  接線剛性マトリックスを計算するサブルーチンを呼び，全体剛性マトリックスを作成するサブルーチン

[analysis/static/fstr_StfiffMatrix.f90] m_fstr_StiffMatrix::fstr_StiffMatrix()の内容

サブルーチン名：fstr_StiffMatrix()
接線剛性マトリックスを計算するサブルーチンを呼び，全体剛性マトリックスを作成するサブルーチン

引数
・整数型 hecMESH
hecmwのメッシュ情報を管理するモジュール
・整数型 hecMAT
hecmwのマトリックス情報を管理するモジュール
・整数型 fstrSOLID
構造解析における共通データを定義するモジュール
・整数型 tincr
時間増分

上位
・サブルーチン [analysis/dynamic/freq/fstr_frequency_analysis.f90] fstr_frequency_analysis::calcMassMatrix()
・サブルーチン [analysis/dynamic/mode/fstr_solve_eigen.f90] m_fstr_solve_eigen::fstr_solve_eigen()
・サブルーチン [analysis/dynamic/transit/fstr_dynamic_nlimplicit.f90] fstr_dynamic_nlimplicit::fstr_solve_dynamic_nlimplicit()
・サブルーチン [analysis/static/fstr_solve_NonLinear.f90] m_fstr_NonLinearMethod::m_fstr_NonLinearMethod()

下位
・サブルーチン [lib/m_fstr.f90] m_fstr::get_coordsys()
・サブルーチン [lib/static_LIB_2d.f90] m_static_LIB_2d::STF_C2()
・サブルーチン [lib/static_LIB_1d.f90] m_static_LIB_1d::STF_C1()
・サブルーチン [lib/static_LIB_C3D8.f90] m_static_LIB_C3D8::STF_C3D8Bbar()
・サブルーチン [lib/static_LIB_3d.f90] m_static_LIB_3d::STF_C3()

今後の予定

- 数値計算例を入れながら，有限変形弾性解析の説明を補足します．

- 今回は，マトリックスの作成のみを説明しましたが，荷重増分ステップ，Newton-Raphson反復，各ループ内での接線剛性マトリックスの作成，応力の更新を入れた有限変形弾性解析のフロー全体に対応するサブルーチンを説明します