

# FrontISTRによる弾性解析 (直交異方弾性体)

東京大学  
新領域創成科学研究科  
人間環境学専攻  
橋本 学

2014年7月30日

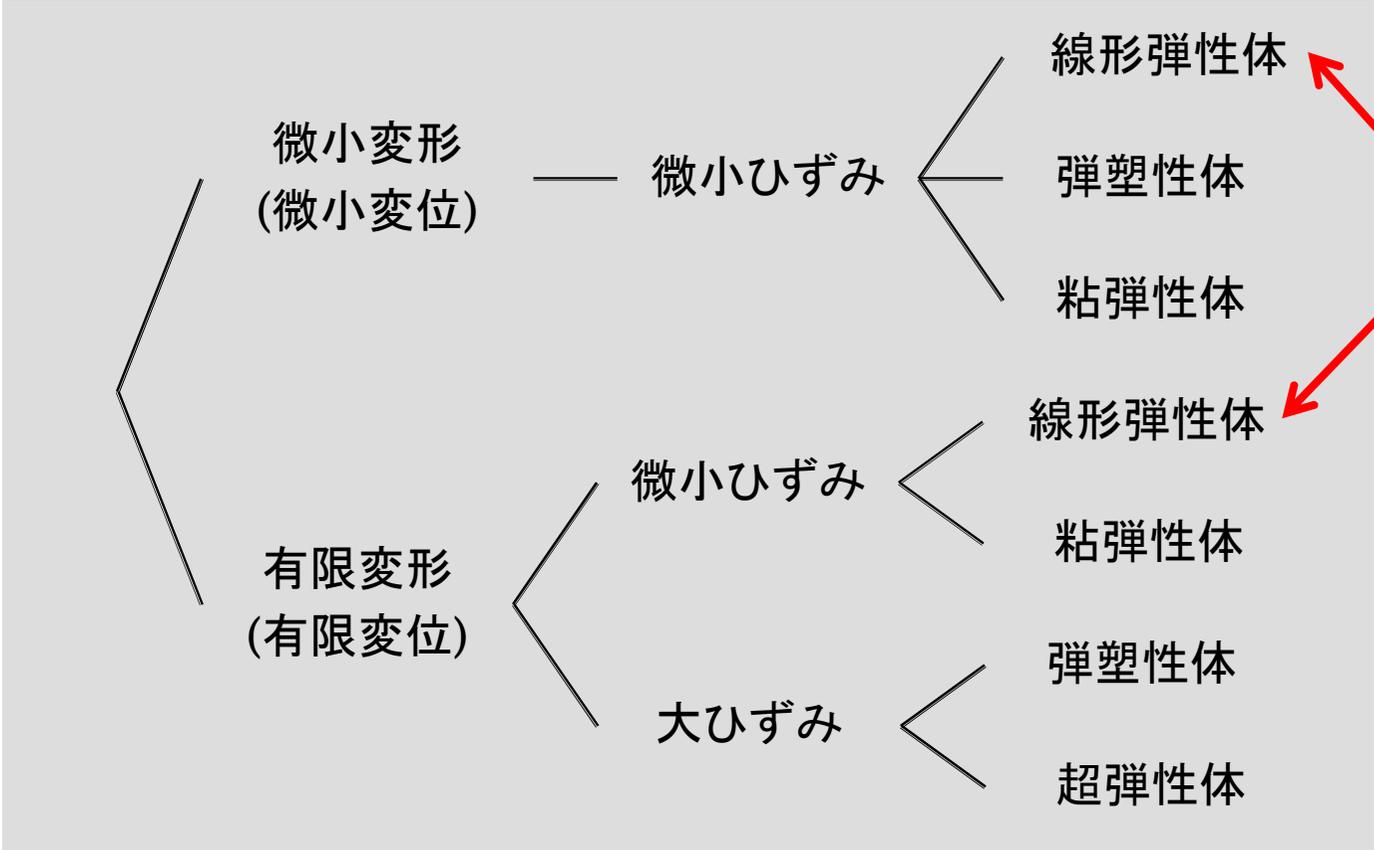
第11回FrontISTR研究会

<機能・例題・定式化・プログラム解説編「弾性解析(直交異方弾性体を中心に)」>

## この講演では

- 『FrontISTRに実装されている定式化を十分に理解し、解きたい問題に対してソースコードを自由にカスタマイズ (要素タイプを追加, 材料の種類を追加, ユーザサブルーチンを追加) できるようになること』を最終目標とします
- 第3回, 第7回, 第10回の研究会では, FrontISTRに実装されている弾性解析 (等方弾性体) の定式化, ソースコードの関連するサブルーチンについて紹介しました
  - 第3回FrontISTR研究会 プログラミング編, 2013/5/22開催
  - 第7回FrontISTR研究会 産業応用事例, 有限変形定式化, ユーザーの声への対応編, 2013/12/3開催
  - 第10回FrontISTR研究会 有限変形定式化と実装, Ver.4.3公開編, 2014/2/21開催
- 今回は, FrontISTRに実装されている直交異方弾性体に焦点を当てます

# 静応力解析の分類



直交異方性がある場合を扱います  
(講演では、微小変形理論の場合を説明します)

有限変形		大ひずみ
${}^t\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left\{ ({}^0\nabla \otimes {}^t\mathbf{u}) + ({}^0\nabla \otimes {}^t\mathbf{u})^T + ({}^0\nabla \otimes {}^t\mathbf{u}) \cdot ({}^0\nabla \otimes {}^t\mathbf{u})^T \right\}$		${}^t\mathbf{S} = f({}^0\mathbf{E}, {}^0\mathbf{E} \cdot {}^0\mathbf{E}, \dots)$
ひずみ	変位こう配の2次項がある	応力 ひずみの2次以上の項がある

# FrontISTRによる弾性解析 (直交異方弾性体)

## 目次

### 前半 「解析機能／サンプル例題」

1. 解析機能とユーザマニュアル該当箇所
2. メッシュファイルと解析制御ファイルの設定方法・注意点
3. サンプル例題 (内圧を受ける血管を模擬した円管モデル)

### 後半 「定式化／プログラム」

4. 直交異方弾性体の有限要素法定式化
5. プログラム説明

# FrontISTRによる弾性解析 (直交異方弾性体)

## 目次

### 前半 「解析機能／サンプル例題」

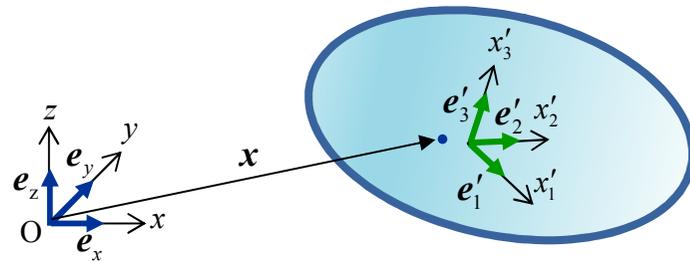
1. 解析機能とユーザマニュアル該当箇所
2. メッシュファイルと解析制御ファイルの設定方法・注意点
3. サンプル例題 (内圧を受ける血管を模擬した円管モデル)

### 後半 「定式化／プログラム」

4. 直交異方弾性体の有限要素法定式化
5. プログラム説明

# 直交異方性とは

- **等方性** (isotropy)  
弾性定数や線膨張係数があらゆる方向で等しい
- **異方性** (anisotropy)  
弾性定数や線膨張係数が方向によって異なる
  - 特に、直交する三つの軸の方向で異なる性質が**直交異方性** (orthotropy) である

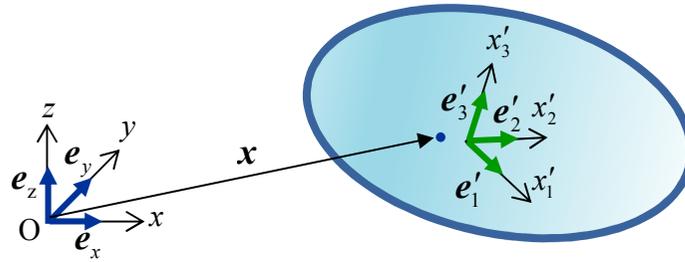


$e'_1, e'_2, e'_3$   
: 材料で定義される  
直交基底ベクトル

## 直交異方性材料の代表的な例

- 木のように繊維方向がある材料
- ある方向に補強材を入れた材料
- 血管壁 (径方向, 周方向, 長さ方向) など

# 応力とひずみ



$e'_1, e'_2, e'_3$   
: 材料で定義される  
直交基底ベクトル

## 応力

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma} &= \sigma_{xx} \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x + \sigma_{xy} \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + \sigma_{zx} \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z \\ &\quad + \sigma_{xy} \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x + \sigma_{yy} \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y + \sigma_{yz} \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_z \\ &\quad + \sigma_{zx} \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x + \sigma_{yz} \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_y + \sigma_{zz} \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z \\ &= \sigma'_{ij} \mathbf{e}'_i \otimes \mathbf{e}'_j \quad \dots (1.1)\end{aligned}$$

## ひずみ

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon} &= \varepsilon_{xx} \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x + \varepsilon_{xy} \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + \varepsilon_{zx} \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z \\ &\quad + \varepsilon_{xy} \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x + \varepsilon_{yy} \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y + \varepsilon_{yz} \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_z \\ &\quad + \varepsilon_{zx} \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x + \varepsilon_{yz} \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_y + \varepsilon_{zz} \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z \\ &= \varepsilon'_{ij} \mathbf{e}'_i \otimes \mathbf{e}'_j \quad \dots (1.2)\end{aligned}$$

## 直交異方弾性体の 構成方程式

$$\sigma'_{ij} = \underbrace{C'_{ijkl}}_{\text{弾性定数}} \varepsilon'_{kl} \quad \dots (1.3)$$

# 等方弾性体の構成方程式

弾性定数があらゆる方向で等しい

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\varepsilon} \text{ ひずみ}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu} \end{pmatrix}}_{\mathbf{S}} \underbrace{\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\sigma} \text{ 応力}}$$

**Complianceに相当**

... (1.4)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\sigma} \text{ 応力}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}}_{\mathbf{D} = \mathbf{S}^{-1}} \underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\varepsilon} \text{ ひずみ}}$$

**Dマトリックス  
Stiffnessに相当**

... (1.5)

$E$  : Young率 [Pa]

$\nu$  : Poisson比 [-]

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

: Lamé 定数 [Pa]

# 直交異方弾性体の構成方程式 (1)

弾性定数が直交する三つの軸の方向で異なる

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon'_{33} \\ 2\varepsilon'_{12} \\ 2\varepsilon'_{23} \\ 2\varepsilon'_{31} \end{pmatrix}}_{\varepsilon' \text{ ひずみ}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} \end{pmatrix}}_{S'} \underbrace{\begin{pmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \sigma'_{12} \\ \sigma'_{23} \\ \sigma'_{31} \end{pmatrix}}_{\sigma' \text{ 応力}}$$

Complianceに相当

... (1.6)

$E_1, E_2, E_3$  : Young率 [Pa]

$G_{12}, G_{23}, G_{31}$  : 横弾性定数 [Pa]

$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{21}, \nu_{23}, \nu_{31}, \nu_{32}$  : Poisson比 [-]

$$\begin{cases} \frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \\ \frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3} \\ \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1} \end{cases}$$

# 直交異方弾性材料の構成方程式 (2)

弾性定数が直交する三つの軸の方向で異なる

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \sigma'_{12} \\ \sigma'_{23} \\ \sigma'_{31} \end{pmatrix}}_{\sigma'} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{E_1(1-\nu_{23}\nu_{32})}{\Delta} & \frac{E_1(\nu_{31}\nu_{23}+\nu_{21})}{\Delta} & \frac{E_1(\nu_{21}\nu_{32}+\nu_{31})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_1(\nu_{31}\nu_{23}+\nu_{21})}{\Delta} & \frac{E_2(1-\nu_{13}\nu_{31})}{\Delta} & \frac{E_2(\nu_{12}\nu_{31}+\nu_{32})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_1(\nu_{21}\nu_{32}+\nu_{31})}{\Delta} & \frac{E_2(\nu_{12}\nu_{31}+\nu_{32})}{\Delta} & \frac{E_3(1-\nu_{12}\nu_{21})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{31} \end{pmatrix}}_{\mathbf{D}' = \mathbf{S}'^{-1}} \underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon'_{33} \\ 2\varepsilon'_{12} \\ 2\varepsilon'_{23} \\ 2\varepsilon'_{31} \end{pmatrix}}_{\varepsilon'} \quad \dots (1.7)$$

**Dマトリックス**  
**Stiffnessに相当**

$$\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} \quad \dots (1.8)$$

$E_1, E_2, E_3$  : Young率 [Pa]

$G_{12}, G_{23}, G_{31}$  : 横弾性定数 [Pa]

$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{21}, \nu_{23}, \nu_{31}, \nu_{32}$  : Poisson比 [-]

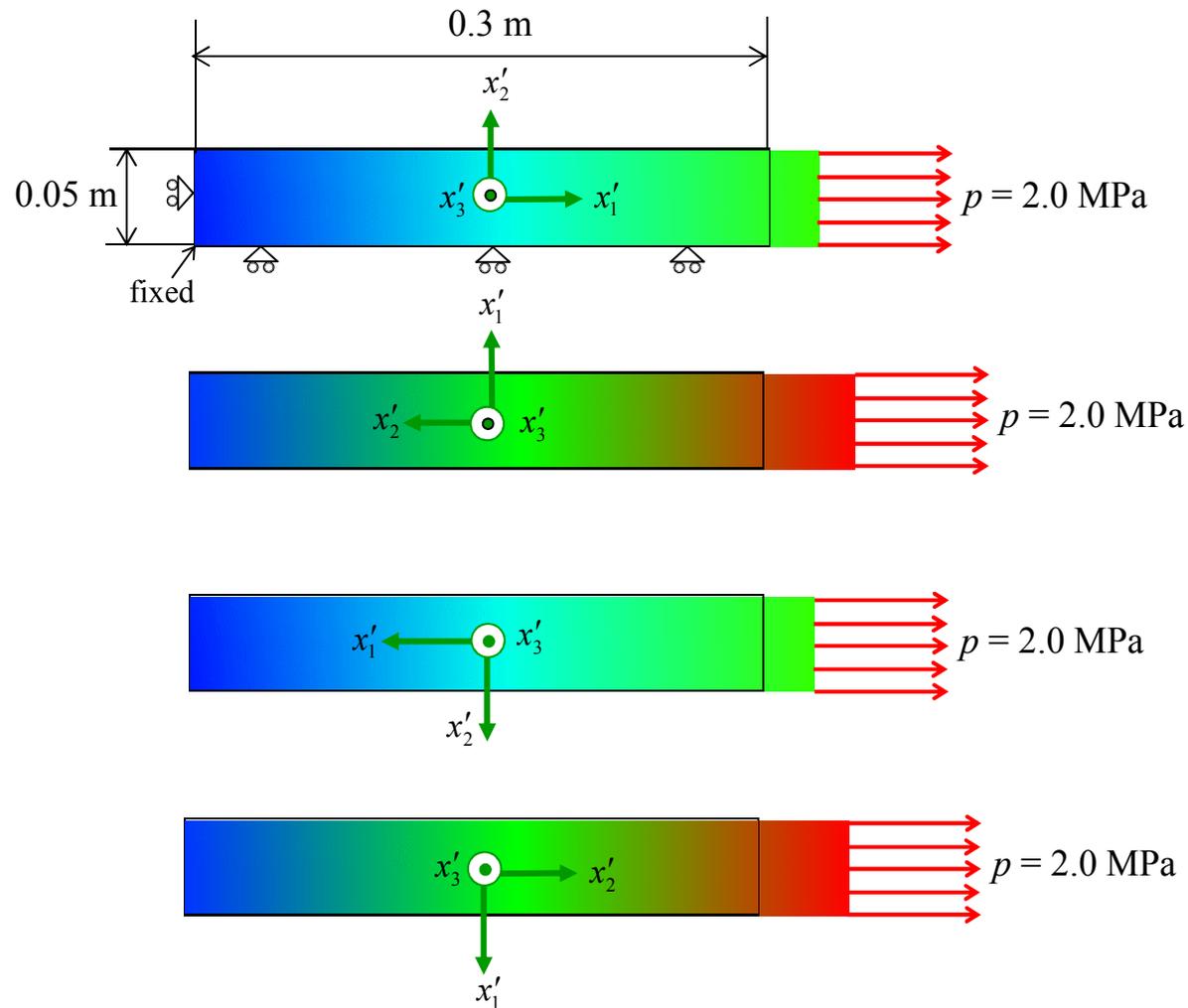
$$\begin{cases} \frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \\ \frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3} \\ \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1} \end{cases}$$

# 直交異方弾性体の引張変形の例

$$E_1 = 2.00 \times 10^7 \text{ Pa}, \quad E_2 = E_3 = 1.00 \times 10^7 \text{ Pa}$$

$$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.30, \quad G_{12} = G_{13} = G_{23} = 7.69 \times 10^6 \text{ Pa}$$

1/8モデル



# ユーザマニュアル該当箇所について

- FrontISTRの解析機能を確認するため、FrontISTRのユーザマニュアル (ファイル名「**FrontISTR\_user\_manual\_Ver35.pdf**」) の該当箇所を見ます
- FrontISTRソースコード「FrontISTR\_V43\_p1.tar.gz」を解凍すると、ディレクトリ「FrontISTR\_V43」ができます  
FrontISTRのユーザマニュアルはディレクトリ「**FrontISTR\_V43/doc**」内にあります
- FrontISTRのユーザマニュアルの**118ページ～120ページ**に直交異方弾性体の記述があります
- 現在のFrontISTRのバージョンでは、**!SOLUTION, TYPE=NLSTATIC**のときのみ直交異方弾性体に対応しています → 次にリリースされる修正版は、**!SOLUTION, TYPE=STATIC**でも直交異方弾性体に対応する予定です

# FrontISTRユーザマニュアルより (1)

## FrontISTRのユーザマニュアルの120ページ

### (3) IELASTIC (2-2-1)

弾性材料の定義

パラメータ

TYPE = ISOTROPIC (Default値) / ORTHOTROPIC / USER

DEPENDENCIES = 0 (Default値) / 1

2行目以降

・ TYPE = ISOTROPICの場合

(2行目) YOUNGS, POISSON, Temperature

変数名	属性	内容
YOUNGS	R	ヤング率
POISSON	R	ポアソン比
Temperature	R	温度 (DEPENDENCIES=1の時に必要)

・ TYPE= ORTHOTROPICの場合 **材料定数を定義する座標系での弾性定数を入力**

(2行目) E1, E2, E3,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{13}$ ,  $\nu_{23}$ , G12, G13, G23, Temperature

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ & \text{対称} & & & 1/G_{23} & 0 \\ & & & & & 1/G_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \\ \frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3} \\ \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1} \end{cases}$$

# FrontISTRユーザマニュアルより (2)

## FrontISTRのユーザマニュアルの118ページ～119ページ

(10) IORIENTATION (1-10) **材料定数を定義する  
座標系の直交基底  
ベクトルを入力**  
局所座標系を定義する。

パラメータ

NAME = 局所座標系名

DEFINITION = COORDINATES (Default 値) / NODES

・ DEFINITION= COORDINATES の場合

(2行目) a1, a2, a3, b1, b2, b3, c1, c2, c3

変数名	属性	内容
a1, a2, a3	R	a 点の全体座標
b1, b2, b3	R	b 点の全体座標
c1, c2, c3	R	c 点の全体座標

・ DEFINITION= NODES の場合

(2行目) a, b, c

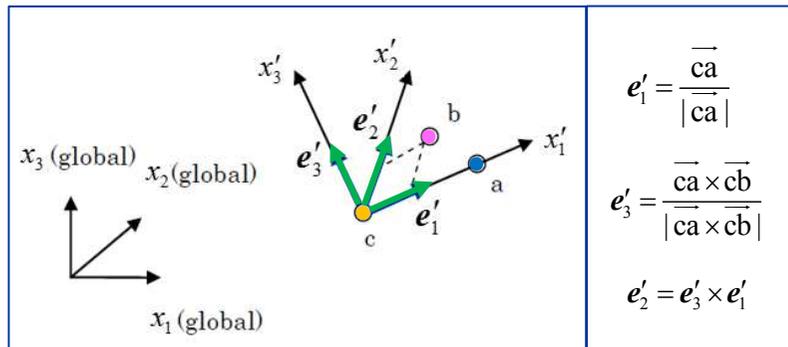
変数名	属性	内容
a, b, c	<del>R</del>	節点番号

(11) !SECTION (1-11) **セクション情報と座標  
系情報を結びつける**  
セクションの局所座標系を指定する。

パラメータ

SECNUM = メッシュデータ中の!SECTION 入力順番号

ORIENTATION = 局所座標系名



# FrontISTRによる弾性解析 (直交異方弾性体)

## 目次

### 前半 「解析機能／サンプル例題」

1. 解析機能とユーザマニュアル該当箇所
2. メッシュファイルと解析制御ファイルの設定方法・注意点
3. サンプル例題 (内圧を受ける血管を模擬した円管モデル)

### 後半 「定式化／プログラム」

4. 直交異方弾性体の有限要素法定式化
5. プログラム説明

# メッシュファイルの例

```
!NODE
  983, 3.51159307E-02, 2.01179032E+00, 0.00000000E+00
  984, 3.53270485E-02, 2.02388525E+00, 0.00000000E+00
...
!ELEMENT, TYPE=361
  1260, 983, 984, 1177, 1175, 1377, 1469, 1470, 1379
  1259, 972, 973, 984, 983, 1375, 1468, 1469, 1377
...
!EGROUP, EGRP=E00001260
  1260,
!SECTION, TYPE=SOLID, EGRP=E00001260, MATERIAL=M01
!EGROUP, EGRP=E00001259
  1259,
!SECTION, TYPE=SOLID, EGRP=E00001259, MATERIAL=M01
...
!END
```

# 解析制御ファイルの例

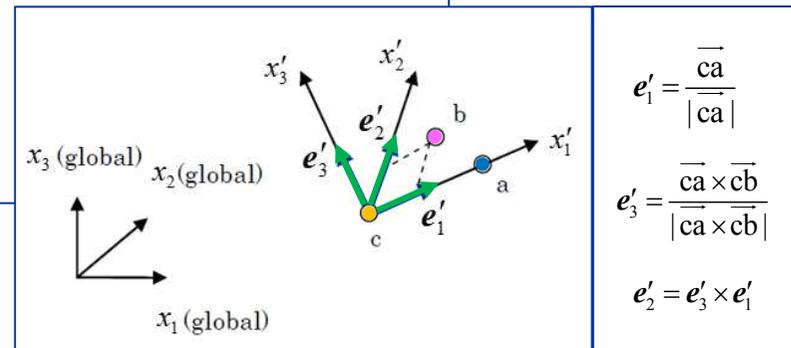
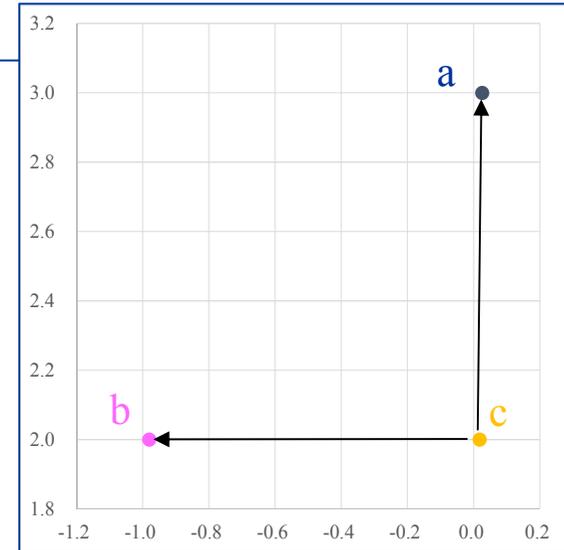
```

!VERSION
3
!SOLUTION, TYPE=NLSTATIC
...

!MATERIAL, NAME=M01
!ELASTIC, TYPE=ORTHOTROPIC
0.1, 0.1, 1.0, 0.049, 0.049, 0.049, 0.048, 0.34, 0.34
...

!ORIENTATION, DEFINITION=COORDINATES, NAME=O00001260
2.6E-02, 3.0E+00, 2.5E-02, -9.8E-01, 2.0E+00, 2.5E-02, 1.8E-02, 2.0E+00, 2.5E-02,
!SECTION, SECNUM=1, ORIENTATION=O00001260
!ORIENTATION, DEFINITION=COORDINATES, NAME=O00001259
7.9E-02, 3.0E+00, 2.5E-02, -9.5E-01, 2.0E+00, 2.5E-02, 5.3E-02, 2.0E+00, 2.5E-02,
!SECTION, SECNUM=2, ORIENTATION=O00001259
...

!END
    
```



# FrontISTRによる弾性解析 (直交異方弾性体)

## 目次

### 前半 「解析機能／サンプル例題」

1. 解析機能とユーザマニュアル該当箇所
2. メッシュファイルと解析制御ファイルの設定方法・注意点
3. サンプル例題 (内圧を受ける血管を模擬した円管モデル)

### 後半 「定式化／プログラム」

4. 直交異方弾性体の有限要素法定式化
5. プログラム説明

# 内圧を受ける血管を模擬した円管モデル

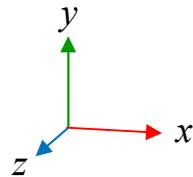
(※) 本モデルおよび計算結果は、  
帝京大学ジョイントプログラムセンター田沼唯士教授との共同研究の成果です

節点数: 947,583  
要素数: 864,000  
微小変形, 線形弾性体  
六面体1次要素 (非適合要素)

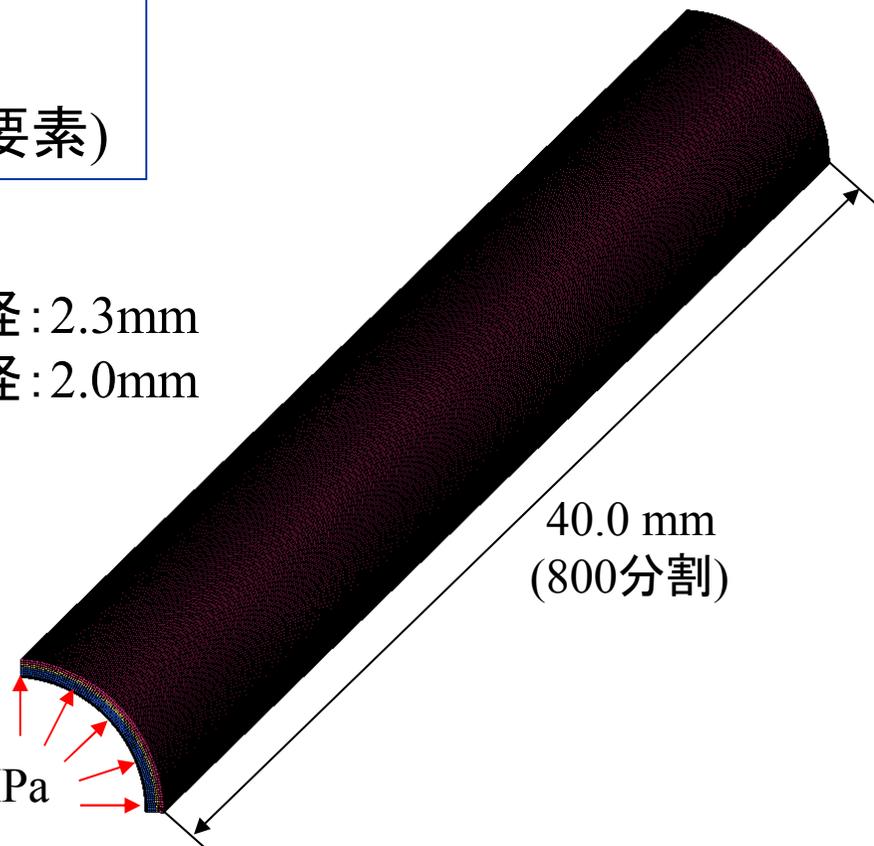
1/4対称モデル

管の外径: 2.3mm  
管の内径: 2.0mm

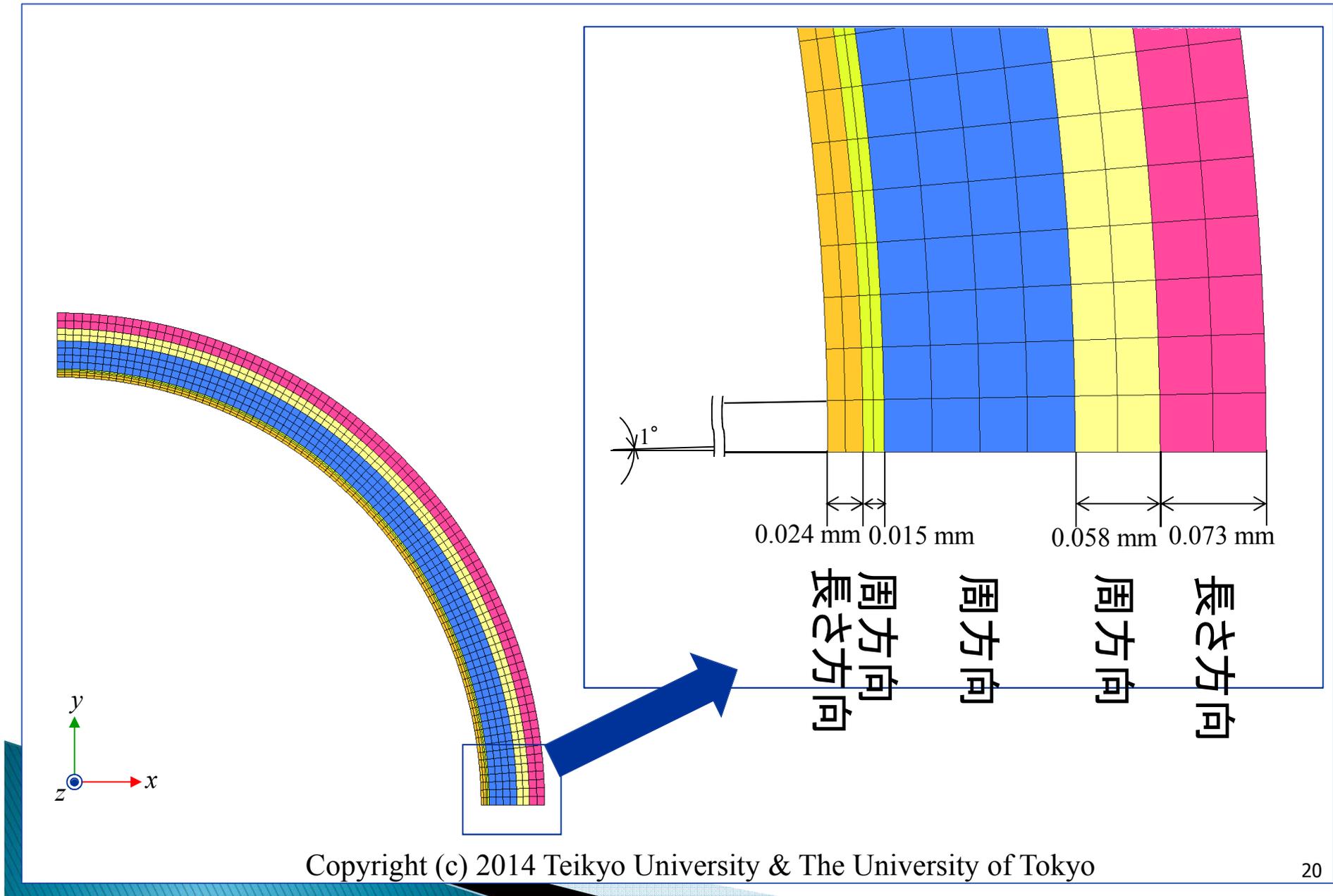
40.0 mm  
(800分割)



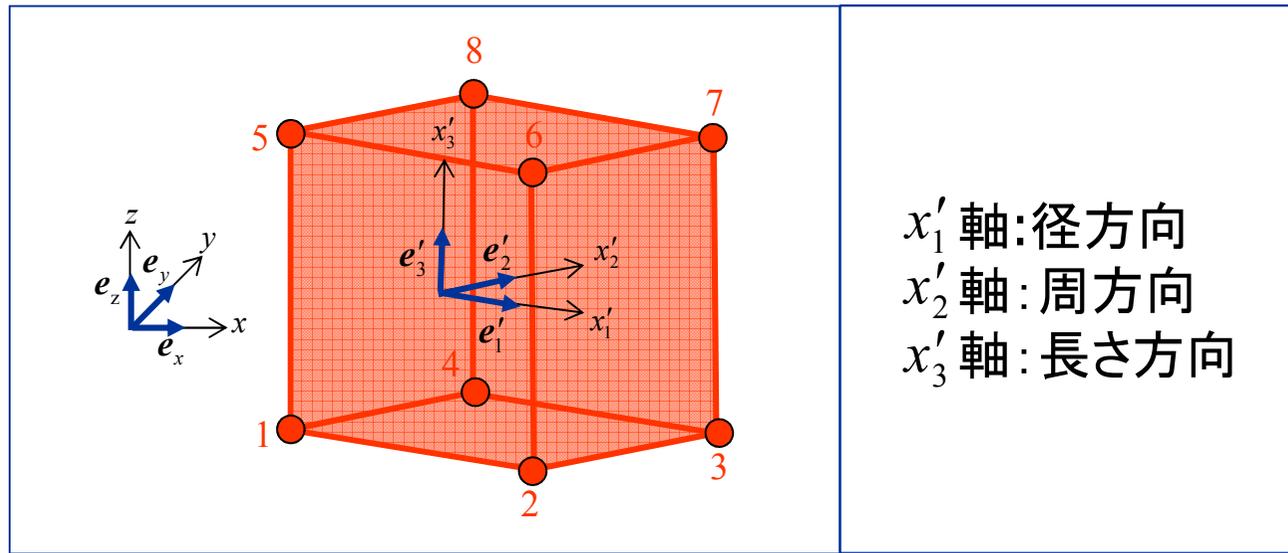
内圧 (圧力差)  $p = 0.012351335$  MPa



# 解析モデル (断面図)



# 直交する三つの軸と弾性定数の設定 (1)



$x'_1$  軸: 径方向  
 $x'_2$  軸: 周方向  
 $x'_3$  軸: 長さ方向

$x'_1$  方向の繊維によって剛性が大きくなる場合, 下記のようにパラメータを設定

$$E_1 = 1.0 \text{MPa}$$

$$E_2 = 0.1 \text{MPa}$$

$$E_3 = 0.1 \text{MPa}$$

$$G_{12} = 0.33557 \text{MPa}$$

$$G_{23} = 0.04766 \text{MPa}$$

$$G_{31} = 0.33557 \text{MPa}$$

$$\nu_{12} = 0.49 \quad : \quad x'_1 \text{ 方向に引張る場合の } x'_2 \text{ 方向の縮みを意味する}$$

$$\nu_{13} = 0.49$$

$$\nu_{23} = 0.049$$

$$\nu_{21} = \frac{E_2}{E_1} \nu_{12} = 0.049 \quad : \quad x'_2 \text{ 方向に引張る場合, } x'_1 \text{ 方向には縮みにくい}$$

$$\nu_{31} = \frac{E_3}{E_1} \nu_{13} = 0.049$$

$$\nu_{32} = \frac{E_3}{E_2} \nu_{23} = 0.049$$

# 直交する三つの軸と弾性定数の設定 (2)

径方向の繊維によって剛性が大きくなる場合

$$\begin{pmatrix} \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon'_{33} \\ 2\varepsilon'_{12} \\ 2\varepsilon'_{23} \\ 2\varepsilon'_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/1.0 & -0.049/0.1 & -0.049/0.1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.49/1.0 & 1/0.1 & -0.049/0.1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.49/1.0 & -0.049/0.1 & 1/0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/0.33557 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/0.04766 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/0.33557 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \sigma'_{12} \\ \sigma'_{23} \\ \sigma'_{31} \end{pmatrix}$$

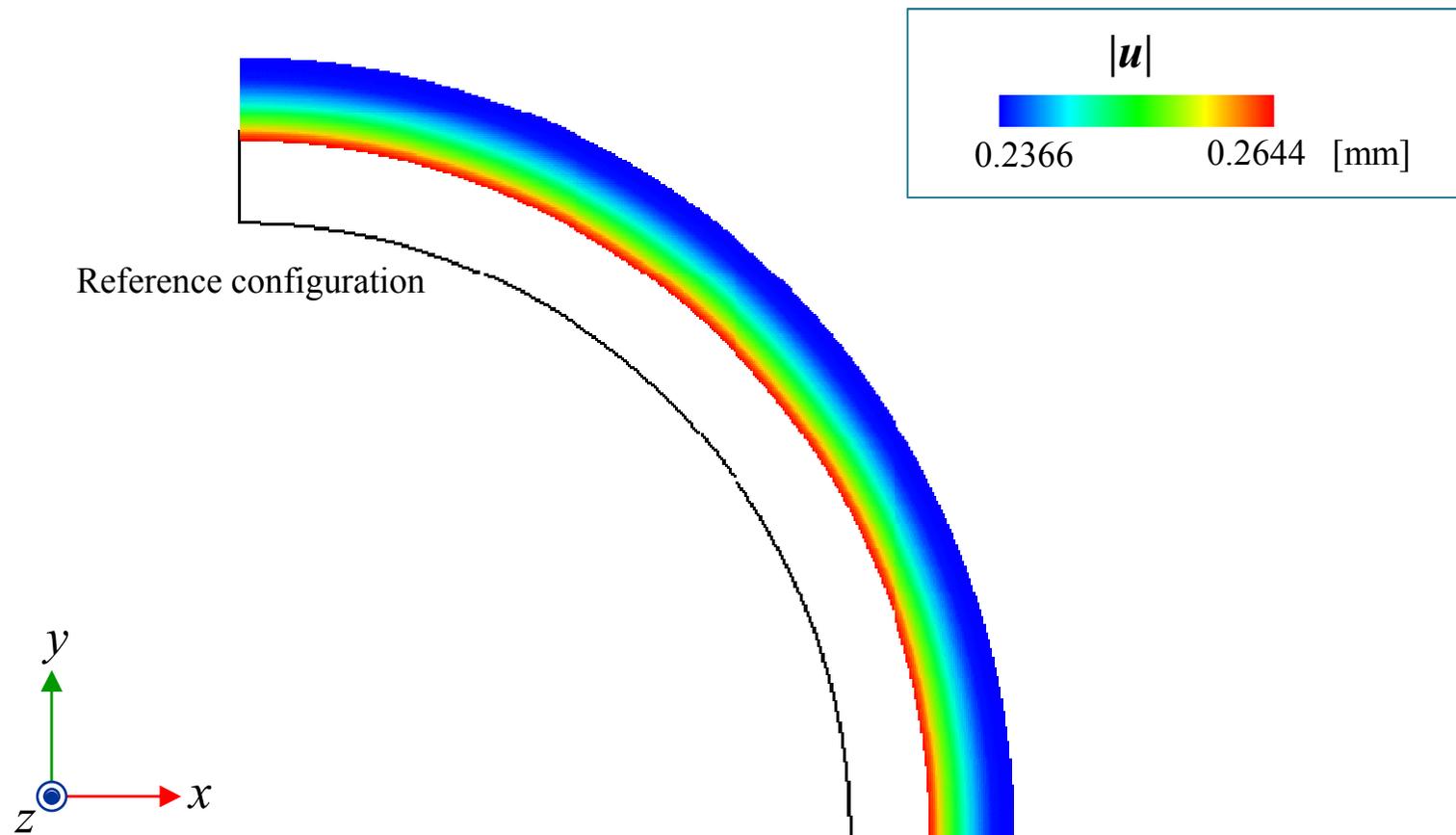
周方向の繊維によって剛性が大きくなる場合

$$\begin{pmatrix} \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon'_{33} \\ 2\varepsilon'_{12} \\ 2\varepsilon'_{23} \\ 2\varepsilon'_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/0.1 & -0.49/1.0 & -0.049/0.1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.049/0.1 & 1/1.0 & -0.049/0.1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.049/0.1 & -0.49/1.0 & 1/0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/0.33557 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/0.33557 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/0.04766 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \sigma'_{12} \\ \sigma'_{23} \\ \sigma'_{31} \end{pmatrix}$$

長さ方向の繊維によって剛性が大きくなる場合

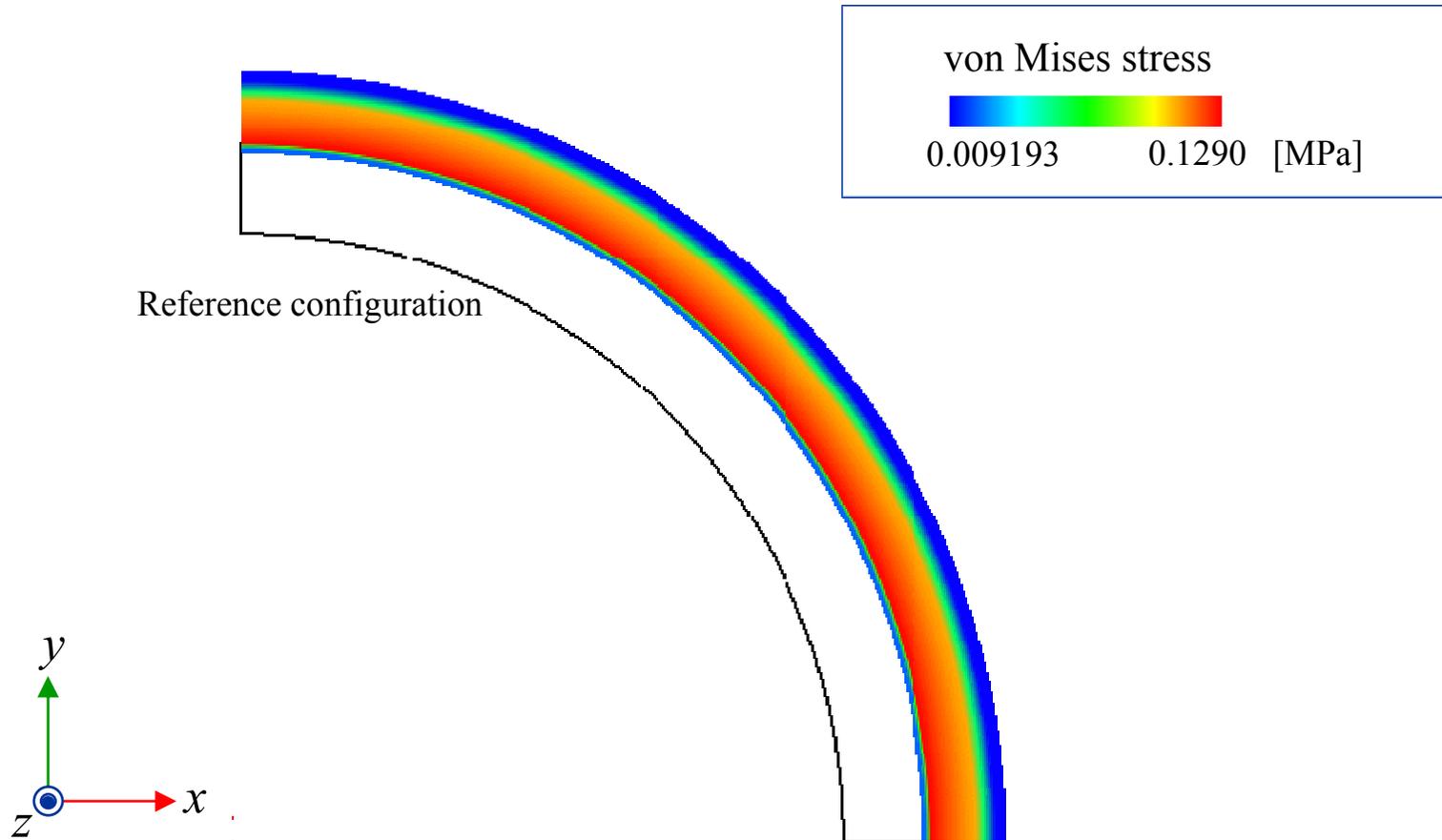
$$\begin{pmatrix} \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon'_{33} \\ 2\varepsilon'_{12} \\ 2\varepsilon'_{23} \\ 2\varepsilon'_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/0.1 & -0.049/0.1 & -0.49/1.0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.049/0.1 & 1/0.1 & -0.49/1.0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.049/0.1 & -0.049/0.1 & 1/1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/0.04766 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/0.33557 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/0.33557 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \sigma'_{12} \\ \sigma'_{23} \\ \sigma'_{31} \end{pmatrix}$$

# 計算結果 (変位の大きさ)



変位の大きさの分布および最大値・最小値はAbaqusの結果と一致する

# 計算結果 (Mises応力)



Mises応力の分布および最大値・最小値はAbaqusの結果と一致する

# FrontISTRによる弾性解析 (直交異方弾性体)

## 目次

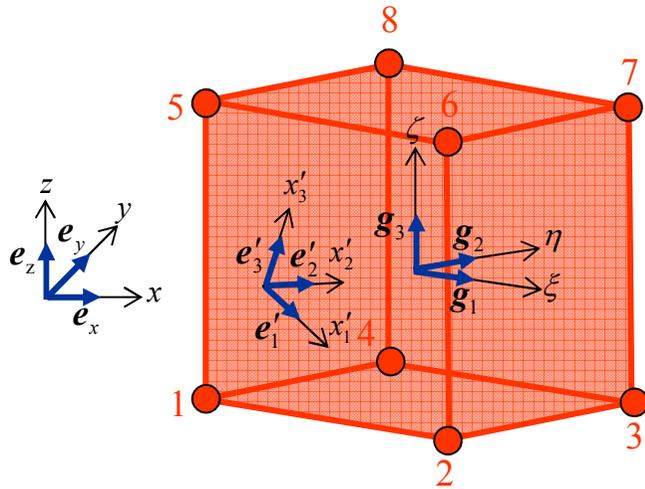
### 前半 「解析機能／サンプル例題」

1. 解析機能とユーザマニュアル該当箇所
2. メッシュファイルと解析制御ファイルの設定方法・注意点
3. サンプル例題 (内圧を受ける血管を模擬した円管モデル)

### 後半 「定式化／プログラム」

4. 直交異方弾性体の有限要素法定式化
5. プログラム説明

# 六面体1次ソリッド要素



$e_x, e_y, e_z$

: 全体座標系の直交基底ベクトル

$$g_1 = \frac{\partial x}{\partial \xi^1}, g_2 = \frac{\partial x}{\partial \xi^2}, g_3 = \frac{\partial x}{\partial \xi^3}$$

: 共変基底ベクトル

$e'_1, e'_2, e'_3$

: 材料定数を定義する座標系の直交基底ベクトル

8-node solid element

応力

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_{xx} e_x \otimes e_x + \sigma_{xy} e_x \otimes e_y + \sigma_{zx} e_x \otimes e_z \\ &\quad + \sigma_{xy} e_y \otimes e_x + \sigma_{yy} e_y \otimes e_y + \sigma_{yz} e_y \otimes e_z \\ &\quad + \sigma_{zx} e_z \otimes e_x + \sigma_{yz} e_z \otimes e_y + \sigma_{zz} e_z \otimes e_z \\ &= \sigma'_{ij} e'_i \otimes e'_j \quad \dots (4.1) \end{aligned}$$

ひずみ

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_{xx} e_x \otimes e_x + \varepsilon_{xy} e_x \otimes e_y + \varepsilon_{zx} e_x \otimes e_z \\ &\quad + \varepsilon_{xy} e_y \otimes e_x + \varepsilon_{yy} e_y \otimes e_y + \varepsilon_{yz} e_y \otimes e_z \\ &\quad + \varepsilon_{zx} e_z \otimes e_x + \varepsilon_{yz} e_z \otimes e_y + \varepsilon_{zz} e_z \otimes e_z \\ &= \varepsilon'_{ij} e'_i \otimes e'_j \quad \dots (4.2) \end{aligned}$$

直交異方弾性材料の計算に必要な  
パラメータは

$$\sigma'_{ij} = \underline{C'_{ijkl}} \varepsilon'_{kl} \quad \dots (4.3)$$

線形弾性定数

$e'_1, e'_2, e'_3$

直交基底ベクトル

# ひずみベクトルの変換 (1)

$$\begin{aligned}\varepsilon'_{ij} &= \mathbf{e}'_i \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{e}'_j \\ &= (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_m)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_n) \varepsilon_{mn} \\ &= (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) \varepsilon_{xx} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) \varepsilon_{xy} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) \varepsilon_{xz} \\ &\quad + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) \varepsilon_{yx} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) \varepsilon_{yy} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) \varepsilon_{yz} \\ &\quad + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) \varepsilon_{zx} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) \varepsilon_{zy} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) \varepsilon_{zz} \\ &= (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) \varepsilon_{xx} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) \varepsilon_{yy} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) \varepsilon_{zz} \\ &\quad + \frac{1}{2} \{ (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) \} 2\varepsilon_{xy} \\ &\quad + \frac{1}{2} \{ (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) \} 2\varepsilon_{yz} \\ &\quad + \frac{1}{2} \{ (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) \} 2\varepsilon_{zx} \quad \dots (4.4)\end{aligned}$$

# ひずみベクトルの変換 (2)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon'_{33} \\ 2\varepsilon'_{12} \\ 2\varepsilon'_{23} \\ 2\varepsilon'_{31} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\varepsilon}'} = \begin{pmatrix} (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) & \frac{1}{2}\{(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)\} & \frac{1}{2}\{(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)\} & \frac{1}{2}\{(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)\} \\ (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) & \frac{1}{2}\{(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)\} & \frac{1}{2}\{(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)\} & \frac{1}{2}\{(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)\} \\ (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) & \frac{1}{2}\{(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)\} & \frac{1}{2}\{(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)\} & \frac{1}{2}\{(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)\} \\ 2(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) & 2(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) & 2(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) \\ 2(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) & 2(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) & 2(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) \\ 2(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) & 2(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) & 2(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \underbrace{\begin{pmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & l_1 m_1 & m_1 n_1 & n_1 l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & l_2 m_2 & m_2 n_2 & n_2 l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & l_3 m_3 & m_3 n_3 & n_3 l_3 \\ 2l_1 l_2 & 2m_1 m_2 & 2n_1 n_2 & l_1 m_2 + m_1 l_2 & m_1 n_2 + n_1 m_2 & n_1 l_2 + l_1 n_2 \\ 2l_2 l_3 & 2m_2 m_3 & 2n_2 n_3 & l_2 m_3 + m_2 l_3 & m_2 n_3 + n_2 m_3 & n_2 l_3 + l_2 n_3 \\ 2l_3 l_1 & 2m_3 m_1 & 2n_3 n_1 & l_3 m_1 + m_3 l_1 & m_3 n_1 + n_3 m_1 & n_3 l_1 + l_3 n_1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}_\varepsilon} \underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \dots (4.5)$$

$$\begin{cases} l_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x) \\ m_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y) \\ n_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z) \end{cases} \quad \dots (4.6)$$

# 応力ベクトルの変換 (1)

$$\begin{aligned}\sigma'_{ij} &= \mathbf{e}'_i \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e}'_j \\ &= (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_m)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_n) \sigma_{mn} \\ &= (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) \sigma_{xx} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) \sigma_{xy} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) \sigma_{xz} \\ &\quad + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) \sigma_{yx} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) \sigma_{yy} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) \sigma_{yz} \\ &\quad + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) \sigma_{zx} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) \sigma_{zy} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) \sigma_{zz} \\ &= (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) \sigma_{xx} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) \sigma_{yy} + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) \sigma_{zz} \\ &\quad + \{(\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x)\} \sigma_{xy} \\ &\quad + \{(\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_y)\} \sigma_{yz} \quad \dots (4.7) \\ &\quad + \{(\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_j \cdot \mathbf{e}_z)\} \sigma_{zx}\end{aligned}$$

# 応力ベクトルの変換 (2)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \sigma'_{12} \\ \sigma'_{23} \\ \sigma'_{31} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\sigma}'} = \begin{pmatrix} (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) \\ (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) \\ (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) \\ (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z) \\ (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_2 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z) \\ (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_y)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_y) & (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_z)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_x) + (\mathbf{e}'_3 \cdot \mathbf{e}_x)(\mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix} \\
 = \underbrace{\begin{pmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2l_1 m_1 & 2m_1 n_1 & 2n_1 l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2l_2 m_2 & 2m_2 n_2 & 2n_2 l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2l_3 m_3 & 2m_3 n_3 & 2n_3 l_3 \\ l_1 l_2 & m_1 m_2 & n_1 n_2 & l_1 m_2 + m_1 l_2 & m_1 n_2 + n_1 m_2 & n_1 l_2 + l_1 n_2 \\ l_2 l_3 & m_2 m_3 & n_2 n_3 & l_2 m_3 + m_2 l_3 & m_2 n_3 + n_2 m_3 & n_2 l_3 + l_2 n_3 \\ l_3 l_1 & m_3 m_1 & n_3 n_1 & l_3 m_1 + m_3 l_1 & m_3 n_1 + n_3 m_1 & n_3 l_1 + l_3 n_1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}_\sigma} \underbrace{\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\sigma}} \quad \dots (4.8)$$

$$\begin{cases} l_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x) \\ m_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y) \\ n_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z) \end{cases} \quad \dots (4.9)$$

# Dマトリックスの変換

$$\mathbf{R}_\varepsilon = \begin{pmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & l_1 m_1 & m_1 n_1 & n_1 l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & l_2 m_2 & m_2 n_2 & n_2 l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & l_3 m_3 & m_3 n_3 & n_3 l_3 \\ 2l_1 l_2 & 2m_1 m_2 & 2n_1 n_2 & l_1 m_2 + m_1 l_2 & m_1 n_2 + n_1 m_2 & n_1 l_2 + l_1 n_2 \\ 2l_2 l_3 & 2m_2 m_3 & 2n_2 n_3 & l_2 m_3 + m_2 l_3 & m_2 n_3 + n_2 m_3 & n_2 l_3 + l_2 n_3 \\ 2l_3 l_1 & 2m_3 m_1 & 2n_3 n_1 & l_3 m_1 + m_3 l_1 & m_3 n_1 + n_3 m_1 & n_3 l_1 + l_3 n_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad \dots (4.10)$$

$$\mathbf{R}_\varepsilon^T = \begin{pmatrix} l_1^2 & l_2^2 & l_3^2 & 2l_1 l_2 & 2l_2 l_3 & 2l_3 l_1 \\ m_1^2 & m_2^2 & m_3^2 & 2m_1 m_2 & 2m_2 m_3 & 2m_3 m_1 \\ n_1^2 & n_2^2 & n_3^2 & 2n_1 n_2 & 2n_2 n_3 & 2n_3 n_1 \\ l_1 m_1 & l_2 m_2 & l_3 m_3 & l_1 m_2 + m_1 l_2 & l_2 m_3 + m_2 l_3 & l_3 m_1 + m_3 l_1 \\ m_1 n_1 & m_2 n_2 & m_3 n_3 & m_1 n_2 + n_1 m_2 & m_2 n_3 + n_2 m_3 & m_3 n_1 + n_3 m_1 \\ n_1 l_1 & n_2 l_2 & n_3 l_3 & n_1 l_2 + l_1 n_2 & n_2 l_3 + l_2 n_3 & n_3 l_1 + l_3 n_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad \dots (4.11)$$

$$\mathbf{R}_\sigma = \begin{pmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2l_1 m_1 & 2m_1 n_1 & 2n_1 l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2l_2 m_2 & 2m_2 n_2 & 2n_2 l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2l_3 m_3 & 2m_3 n_3 & 2n_3 l_3 \\ l_1 l_2 & m_1 m_2 & n_1 n_2 & l_1 m_2 + m_1 l_2 & m_1 n_2 + n_1 m_2 & n_1 l_2 + l_1 n_2 \\ l_2 l_3 & m_2 m_3 & n_2 n_3 & l_2 m_3 + m_2 l_3 & m_2 n_3 + n_2 m_3 & n_2 l_3 + l_2 n_3 \\ l_3 l_1 & m_3 m_1 & n_3 n_1 & l_3 m_1 + m_3 l_1 & m_3 n_1 + n_3 m_1 & n_3 l_1 + l_3 n_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad \dots (4.11)$$

$$\mathbf{R}_\sigma^{-1} = \mathbf{R}_\varepsilon^T \quad \dots (4.12)$$

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{D}' \boldsymbol{\varepsilon}' \quad \dots (4.13)$$

$$\mathbf{R}_\sigma \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}' \mathbf{R}_\varepsilon \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\mathbf{R}_\sigma^{-1} \mathbf{R}_\sigma \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{R}_\sigma^{-1} \mathbf{D}' \mathbf{R}_\varepsilon \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{R}_\sigma^{-1} \mathbf{D}' \mathbf{R}_\varepsilon \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= \mathbf{R}_\varepsilon^T \mathbf{D}' \mathbf{R}_\varepsilon \boldsymbol{\varepsilon} \quad \dots (4.14) \end{aligned}$$

$$\therefore \mathbf{D} = \mathbf{R}_\varepsilon^T \mathbf{D}' \mathbf{R}_\varepsilon \quad \dots (4.15)$$

**剛性マトリックス  
(非適合要素の場合)の求め方は、  
第3回FrontISTR研究会資料  
「静弾性解析」の1.3と同じです**

# FrontISTRによる弾性解析 (直交異方弾性体)

## 目次

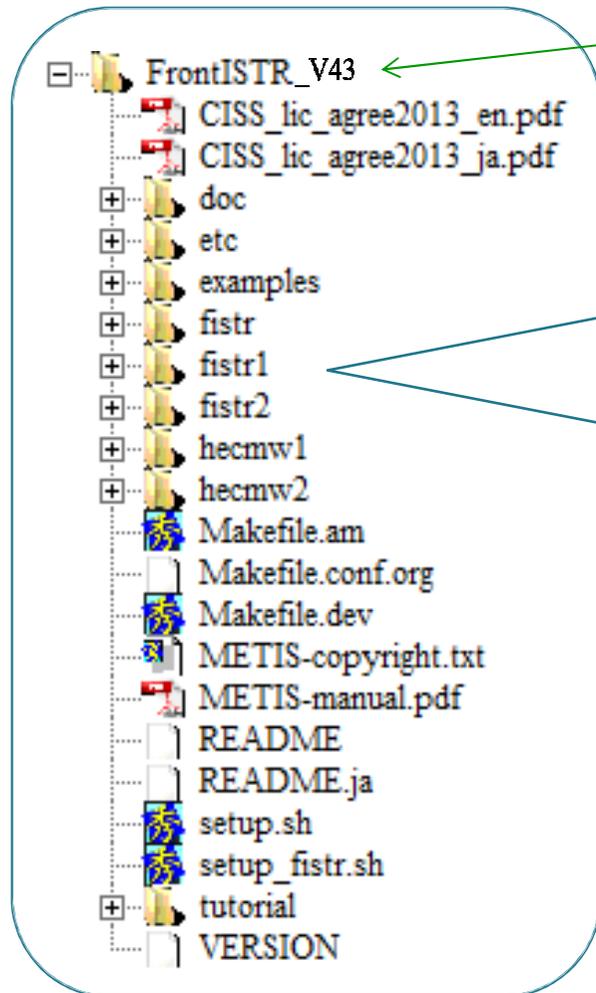
### 前半 「解析機能／サンプル例題」

1. 解析機能とユーザマニュアル該当箇所
2. メッシュファイルと解析制御ファイルの設定方法・注意点
3. サンプル例題 (内圧を受ける血管を模擬した円管モデル)

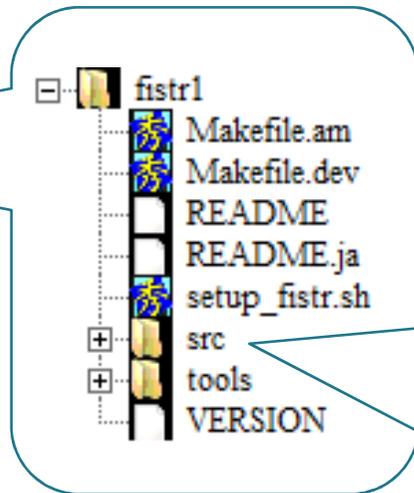
### 後半 「定式化／プログラム」

4. 直交異方弾性体の有限要素法定式化
5. プログラム説明

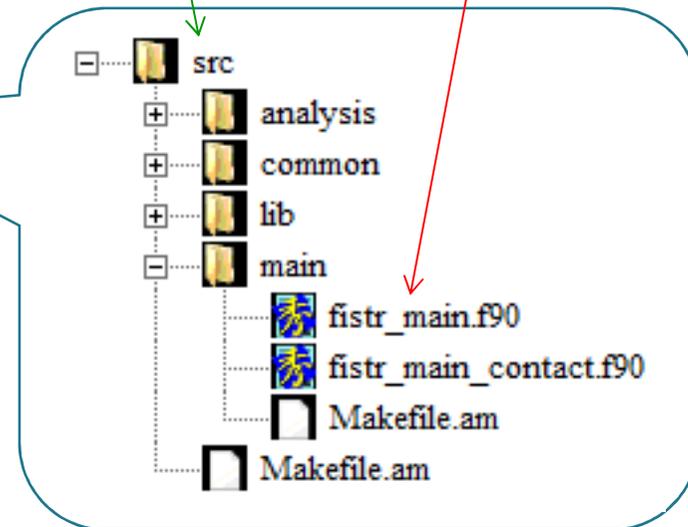
# FrontISTRのディレクトリ構成 (1)



FrontISTR\_V43\_p1.tar.gzを解凍します



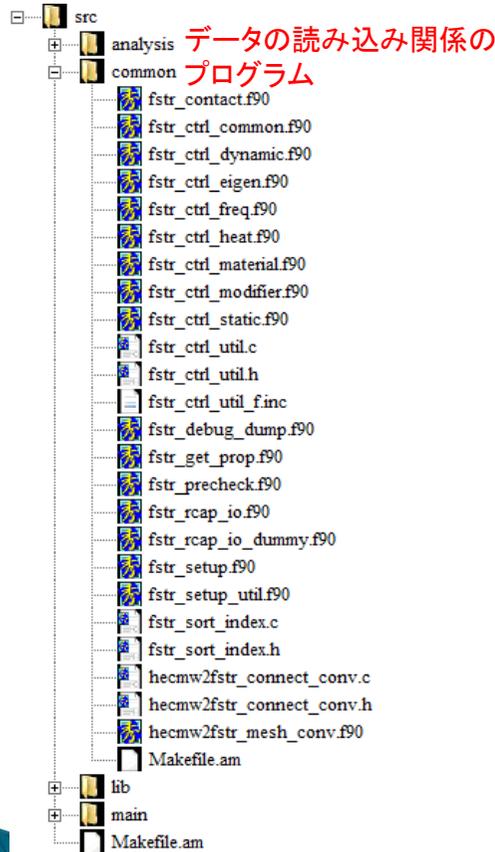
ディレクトリsrcの下が  
ソースファイル群です



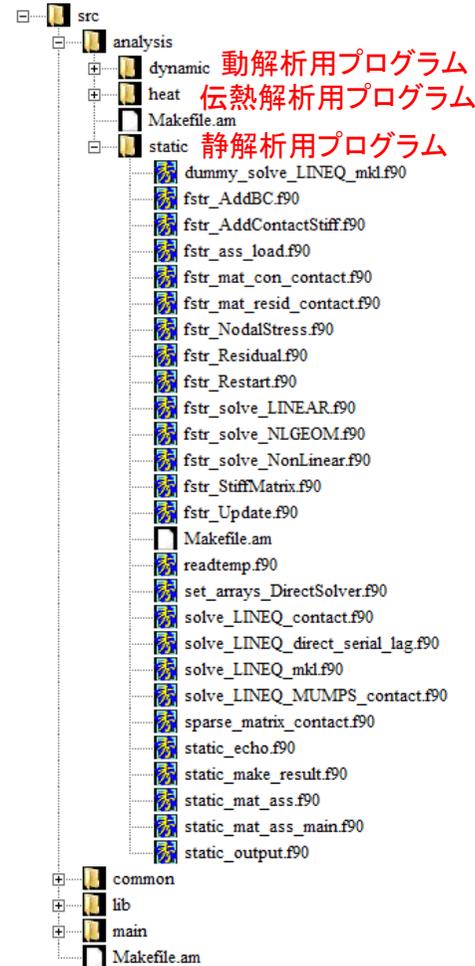
FrontISTR Ver.3.5の  
メインプログラムです

四つのディレクトリ「main」、  
「common」、「analysis」、「lib」が  
あります

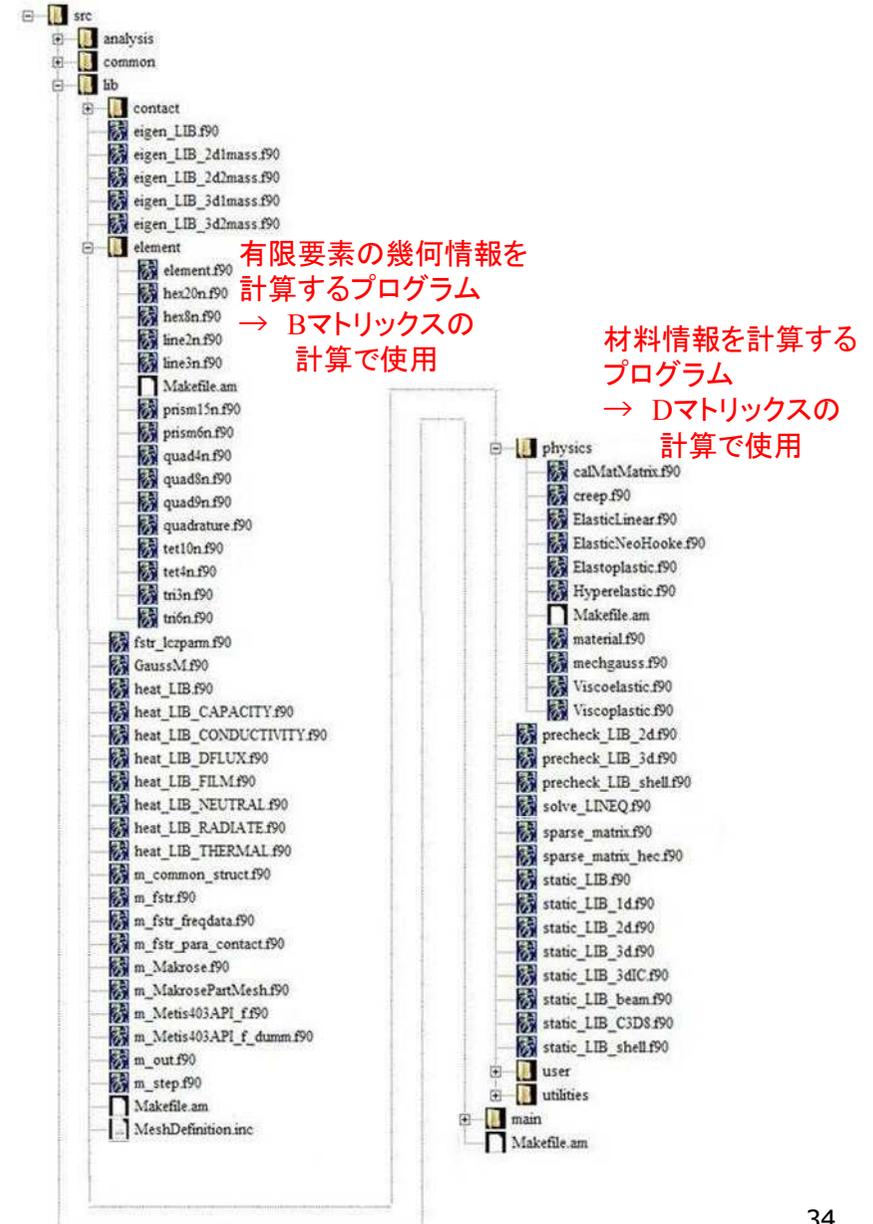
# FrontISTRのディレクトリ構成 (2)



データの読み込み関係のプログラム



動解析用プログラム  
 伝熱解析用プログラム  
 静解析用プログラム



有限要素の幾何情報を計算するプログラム  
 → Bマトリックスの計算で使用

材料情報を計算するプログラム  
 → Dマトリックスの計算で使用

# 微小変形弾性静解析の流れ

```
[main/fistr_main.f90] PROGRAM fstr_main    ...メインプログラム
  hecmw_init()
  hecmw_get_mesh()
  [main/fistr_main.f90] fstr_init()    ... 変数初期化・入力データ読み込み
    hecmw_nullify_matrix()
    hecmw_nullify_result_data()
    [main/fistr_main.f90] fstr_init_file()
    hecmw_mat_con()
    [main/fistr_main.f90] fstr_condition()
      hecmw_ctrl_get_control_file()
  [main/fistr_main.f90] fstr_linear_static_analysis()    ... 線形静解析用のルーチンへ
    [analysis/static/fstr_solve_LINEAR.f90] m_fstr_LINEAR::fstr_solve_LINEAR()
    [analysis/static/static_mat_ass.f90] m_static_mat_ass::fstr_mat_ass()    ... 全体剛性マトリックスの作成
    [analysis/static/static_mat_ass_main.f90] m_static_mat_ass_main::fstr_mat_ass_main()
      hecmw_mat_clear()
      [analysis/static/static_mat_ass_main.f90] m_static_mat_ass_main::fstr_local_stf_create()    ... 要素剛性マトリックスの計算
      [analysis/static/static_LIB_3dIC.f90] m_static_LIB_3dIC::STF_C3D8IC()    ... 3次元六面体1次要素
        [lib/element/element.f90] elementInfo::getQuadPoint()    ... Gaussの積分点数
        [lib/element/element.f90] elementInfo::getGlobalDeriv()    ... 形状関数の微分値
        [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix::MatlMatrix()    ... Dマトリックス
        [lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear::calElasticMatrix_ortho()    ... 直交異方弾性体の場合
      hecmw_mat_ass_elem()    ... 要素剛性マトリックスをassemble
    [analysis/static/fstr_ass_load.f90] m_fstr_ass_load::fstr_ass_load()    ... 外力ベクトルの計算
    [analysis/static/fstr_AddBC.f90] m_fstr_AddBC::fstr_AddBC()    ... 境界条件の処理
    hecmw_allREDUCE_R1()
    [lib/solve_LINEQ.f90] m_solve_LINEQ::solve_LINEQ()    ... 線形ソルバーによる求解
      hecmw_solve_33()
    hecmw_update_3_R()
    [analysis/static/fstr_Update.f90] m_fstr_Update::fstr_Update3D()
      [lib/static_LIB_3dIC.f90] m_static_LIB_3dIC::UpdateST_C3D8IC()    ... 応力の計算
      [lib/static_LIB_3dIC.f90] m_static_LIB_3dIC::STF_C3D8IC()    ... 要素剛性マトリックスの計算 (3次元六面体1次要素の場合)
    [analysis/static/static_output.f90] m_static_output::fstr_static_Output()    ... 結果の出力
    [analysis/static/static_make_result.f90] m_static_make_result::fstr_write_static_result()
  [main/fistr_main.f90] fstr_main::fstr_finalize()    ... 変数の削除
  hecmw_finalize()
```

[ディレクトリ/ファイル名] モジュール名::サブルーチン名()を意味しています

# 有限変形弾性静解析の流れ (1)

```
[main/fistr_main.f90] PROGRAM fstr_main      ... メインプログラム
  hecmw_init()
  hecmw_get_mesh()
  [main/fistr_main.f90] fstr_init()          ... 変数初期化・入力データ読み込み
    hecmw_nullify_matrix ()
    hecmw_nullify_result_data ()
    [main/fistr_main.f90] fstr_init_file()
    hecmw_mat_con ()
    [main/fistr_main.f90] fstr_condition()
      hecmw_ctrl_get_control_file ()
  [main/fistr_main.f90] fstr_nonlinear_static_analysis()  ... 非線形静解析用のルーチンへ
    [analysis/static/fstr_solve_NLGEOM.f90] m_fstr_solve_NLGEOM::fstr_solve_nlgeom()  ... 荷重増分のループ
    [analysis/static/fstr_solve_Nonlinear.f90] m_fstr_NonLinearMethod::fstr_Newton()
      ....
      ....
    [analysis/static/fstr_solve_Nonlinear.f90] m_fstr_NonLinearMethod::fstr_Newton()
      ....
      ....
      ....
      ....
    [analysis/static/static_output.f90] m_static_output::fstr_static_Output()  ... 計算結果の出力
    [analysis/static/static_make_result.f90] m_static_make_result::fstr_write_static_result()
  [main/fistr_main.f90] fstr_finalize()      ... 変数の削除
  hecmw_finalize ()
```

[ディレクトリ/ファイル名] モジュール名::サブルーチン名()を意味しています

# 有限変形弾性静解析の流れ (2)

```

[analysis/static/fstr_solve_Nonlinear.f90] m_fstr_NonLinearMethod::fstr_Newton() ...Newton-Raphson反復
  hecmw_allreduce_I1()
  [analysis/static/fstr_ass_load.f90] m_fstr_ass_load::fstr_ass_load() ... 外力ベクトルの計算
  [analysis/static/fstr_StiffMatrix.f90] m_fstr_StiffMatrix::fstr_StiffMatrix()
    hecmw_mat_clear()
    [lib/static_LIB_C3D8.f90] m_static_LIB_C3D8::STF_C3D8Bbar()
      [lib/element/element.f90] elementInfo::getQuadPoint()
      [lib/element/element.f90] elementInfo::getGlobalDeriv()
      [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix::MatlMatrix()
      [lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear::calElasticMatrix_ortho()
    hecmw_mat_ass_elem() ... 要素接線剛性マトリックスをassemble
  [analysis/static/fstr_AddBC.f90] m_fstr_AddBC::fstr_AddBC() ... 境界条件の処理
  [lib/solve_LINEQ.f90] m_solve_LINEQ::solve_LINEQ() ... 線形ソルバーによる求解
  hecmw_update_3_R()
  [analysis/static/fstr_Update.f90] m_fstr_Update::fstr_UpdateNewton()
    [lib/static_LIB_C3D8.f90] m_static_LIB_C3D8::Update_C3D8Bbar()
      [lib/element/element.f90] elementInfo::getQuadPoint()
      [lib/element/element.f90] elementInfo::getGlobalDeriv()
      [lib/physics/calMatMatrix.f90] m_MatMatrix::MatlMatrix()
      [lib/physics/ElasticLinear.f90] m_ElasticLinear::calElasticMatrix_ortho()
    hecmw_update_3_R()
  [analysis/static/fstr_Residual.f90] m_fstr_Residual::fstr_Update_NDForce()
  hecmw_allreduce_R1()
  [analysis/static/fstr_StiffMatrix.f90] m_fstr_StiffMatrix::fstr_StiffMatrix()
  ...
  ...
  [analysis/static/fstr_Residual.f90] m_fstr_Residual::fstr_Update_NDForce()
  hecmw_allreduce_R1()
  [analysis/static/fstr_StiffMatrix.f90] m_fstr_StiffMatrix::fstr_StiffMatrix()
  ...
  ...

```

... 全体接線剛性マトリックスの計算

- ... 3次元六面体1次要素
- ... Gaussの積分点数
- ... 形状関数の微分値
- ... Dマトリックス
- ... 直交異方弾性体の場合

Newton-Raphson iteration (iter) 1

- ... 応力・内力ベクトルの計算
- ... 3次元六面体1次要素
- ... Gaussの積分点数
- ... 形状関数の微分値
- ... Dマトリックス
- ... 直交異方弾性体の場合

... 残差ベクトルの計算

Newton-Raphson iteration (iter) 2

[ディレクトリ/ファイル名] モジュール名::サブルーチン名()を意味しています

# 剛性マトリックスの作成において関連するサブルーチン

- Dマトリックスの計算で使用するサブルーチン

[lib/utilities/utilities.f90] m\_utilities::transformation()

[lib/physics/ElasticLinear.f90] m\_ElasticLinear::calElasticMatrix\_ortho()

[lib/physics/calMatMatrix.f90] m\_MatMatrix::MatlMatrix()

- Bマトリックスの計算で使用するサブルーチン

[lib/element/element.f90] elementInfo::getGlobalDeriv()

- 剛性マトリックスの計算で使用するサブルーチン

[analysis/static/static\_LIB\_3dIC.f90] m\_static\_LIB\_3dIC::STF\_C3D8IC()

- 全体剛性マトリックスを計算するサブルーチン

[analysis/static/static\_mat\_ass\_main.f90] m\_static\_mat\_ass\_main::fstr\_local\_stf\_create()

# [lib/utilities/utilities.f90]の内容

モジュール名:m\_utilities  
補助的なサブルーチンや関数を集めたモジュール

## 使用する他のモジュール

hecmw

HECMWのモジュール

## メンバ変数

- ・整数型 kreal  
実数型の種別値
- ・実数型 PI=3.14159265358979  
円周率

## メンバ関数

- ・サブルーチン memget()  
使用されるメモリを記録するサブルーチン
- ・サブルーチン append\_int2name()  
ファイル名の後ろに整数を入れるサブルーチン
- ・サブルーチン insert\_int2array()  
整数を整数配列へ入れるサブルーチン
- ・サブルーチン tensor\_eigen3()  
3×3の対称マトリックスの固有値を計算するサブルーチン
- ・サブルーチン eigen3()  
3×3の対称マトリックスの固有値と固有ベクトルを計算するサブルーチン
- ・関数 Determinant()  
3×3のマトリックスのdeterminantを計算するサブルーチン
- ・サブルーチン fstr\_chk\_alloc()  
メモリオーバーフローをチェックするサブルーチン
- ・サブルーチン calInverse()  
マトリックスの逆を計算するサブルーチン
- ・サブルーチン cross\_product()  
ベクトルの外積を計算するサブルーチン
- ・サブルーチン transformation()  
座標変換マトリックスを作成するサブルーチン

# [lib/utilities/utilities.f90]

## m\_utilities::transformation() の内容

サブルーチン名: **transformation()**  
座標変換マトリックスを作成するサブルーチン

### 引数

- ・実数型 jacob(3, 3)  
単位基底ベクトルの方向余弦
- ・実数型 tm(6, 6)  
座標変換マトリックスの成分

### 上位

なし

### 下位

なし

$$\begin{cases} l_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x) = \text{jacob}(i, 1) \\ m_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y) = \text{jacob}(i, 2) \\ n_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z) = \text{jacob}(i, 3) \end{cases} \quad \mathbf{R}_\varepsilon = \begin{pmatrix} \text{tm}(1, 1) & \text{tm}(1, 2) & \text{tm}(1, 3) & \text{tm}(1, 4) & \text{tm}(1, 5) & \text{tm}(1, 6) \\ \text{tm}(2, 1) & \text{tm}(2, 2) & \text{tm}(2, 3) & \text{tm}(2, 4) & \text{tm}(2, 5) & \text{tm}(2, 6) \\ \text{tm}(3, 1) & \text{tm}(3, 2) & \text{tm}(3, 3) & \text{tm}(3, 4) & \text{tm}(3, 5) & \text{tm}(3, 6) \\ \text{tm}(4, 1) & \text{tm}(4, 2) & \text{tm}(4, 3) & \text{tm}(4, 4) & \text{tm}(4, 5) & \text{tm}(4, 6) \\ \text{tm}(5, 1) & \text{tm}(5, 2) & \text{tm}(5, 3) & \text{tm}(5, 4) & \text{tm}(5, 5) & \text{tm}(5, 6) \\ \text{tm}(6, 1) & \text{tm}(6, 2) & \text{tm}(6, 3) & \text{tm}(6, 4) & \text{tm}(6, 5) & \text{tm}(6, 6) \end{pmatrix}$$

# [lib/physics/ElasticLinear.f90]の内容

モジュール名 : m\_ElasticLinear  
線形弾性体のDマトリックスを計算するモジュール

## 使用する他のモジュール

- ・[lib/physics/material.f90] mMaterial  
材料物性の情報を管理するモジュール

## メンバ変数

- ・整数型 kreal  
実数型の種別値

## メンバ関数

- ・サブルーチン calElasticMatrix()  
3次元問題, 平面ひずみ問題, 平面応力問題, 軸対称問題のDマトリックスを計算するサブルーチン
- ・サブルーチン calElasticMatrix\_ortho()  
直交異方性がある場合, 3次元問題のDマトリックスを計算するサブルーチン
- ・サブルーチン LinearElastic\_Shell()  
シェル要素を使用する場合, 埋め込み座標系成分のDマトリックスを計算するサブルーチン

# [lib/physics/ElasticLinear.f90]

## m\_ElasticLinear::calElasticMatrix\_ortho() の内容

サブルーチン名: `calElasticMatrix_ortho()`  
直交異方性がある場合, 3次元問題のDマトリックスを計算するサブルーチン

### 引数

- ・構造体(tMaterial) `matl`  
材料に関連するデータ
- ・整数型 `sectType`  
問題の種類 (3次元問題/平面ひずみ/平面応力問題/軸対称問題)
- ・実数型 `bij(3, 3)`  
$$\begin{cases} l_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_x) = \text{bij}(i, 1) \\ m_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_y) = \text{bij}(i, 2) \\ n_i = (\mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_z) = \text{bij}(i, 3) \end{cases}$$
- ・実数型 `DMAT(:, :)`  
Dマトリックスの成分
- ・実数型 `temp` (省略可能)  
温度

### 上位

- ・サブルーチン [lib/physics/calMatMatrix.f90] `m_MatMatrix::MatlMatrix()`

### 下位

- ・サブルーチン [lib/utilities/ttalbe.f90] `m_table::fetch_TableData()`
- ・サブルーチン [lib/utilities/utilities.f90] `m_utilities::transformation()`

# [lib/physics/calMatMatrix.f90]の内容

モジュール名 : m\_MatMatrix

各材料のDマトリックスを計算するサブルーチンと呼ぶモジュール

## 使用する他のモジュール

- `lib/physics/material.f90` `mMaterial`  
材料物性の情報を管理するモジュール
- `lib/physics/mechgauss.f90` `mMechGauss`  
Gauss積分点の情報を管理するモジュール
- `lib/physics/ElasticLinear.f90` `m_ElasticLinear`  
線形弾性体のDマトリックスを計算するモジュール
- `lib/physics/Hyperelastic.f90` `mHyperElastic`  
超弾性体の4階の弾性テンソルを計算するモジュール
- `lib/physics/Elastoplastic.f90` `m_ElastoPlastic`  
弾塑性体のDマトリックスを計算するモジュール
- `lib/physics/Viscoelastic.f90` `mViscoElastic`  
粘弾性体のDマトリックスを計算するモジュール
- `lib/physics/creep.f90` `mCreep`  
クリープを考慮した剛性マトリックスを計算するためのモジュール
- `lib/user/uelastic.f90` `mUElastic`  
ユーザ定義の弾性体のDマトリックスを計算するモジュール
- `lib/user/umat.f90` `mUmat`  
ユーザ定義の材料のDマトリックスを計算するモジュール

## メンバ変数

- 整数型 `kreal`  
実数型の種別値

## メンバ関数

- サブルーチン `getNlgeomFlag()`  
未使用のサブルーチン
- サブルーチン `MatlMatrix()`  
各材料のDマトリックスを計算するサブルーチンと呼ぶサブルーチン
- サブルーチン `StressUpdate()`  
各材料の応力とひずみを計算するサブルーチンと呼ぶサブルーチン
- サブルーチン `mat_c2d()`  
材料が超弾性体の場合、4階の弾性テンソルを問題の種類 (3次元問題/平面ひずみ/平面応力問題/軸対称問題) に応じた Dマトリックスに変換するサブルーチン
- サブルーチン `MatlMatrix_Shell()`  
シェル要素を使用する場合、各材料 (現バージョンでは、線形弾性体のみ)の応力とひずみを計算するサブルーチンと呼ぶサブルーチン
- サブルーチン `mat_c2d_Shell()`  
シェル要素を使用する場合、4階の弾性テンソルをDマトリックスに変換するサブルーチン

# [lib/physics/calMatMatrix.f90] m\_MatMatrix::MatlMatrix()の内容

サブルーチン名: **MatlMatrix()**

各材料のDマトリックスを計算するサブルーチンを呼ぶサブルーチン

## 引数

- ・構造体(tGaussStatus) gauss  
Gauss積分点に関連するデータ
- ・整数型 sectType  
問題の種類 (3次元問題/平面ひずみ/平面応力問題/軸対称問題)
- ・実数型 matrix(:, :)  
Dマトリックスの成分
- ・実数型 dt  
時間増分
- ・実数型 cdsys(3, 3)  
直交異方性がある場合に使用する座標系
- ・実数型 temperature 省略可能  
温度

## 上位

- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_2d.f90] m\_static\_LIB\_2d::STF\_C2()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_2d.f90] m\_static\_LIB\_2d::UPDATE\_C2()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_2d.f90] m\_static\_LIB\_2d::UpdateST\_C2()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_3d.f90] m\_static\_LIB\_3d::STF\_C3()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_3d.f90] m\_static\_LIB\_3d::TLOAD\_C3()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_3d.f90] m\_static\_LIB\_3d::UPDATE\_C3()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_3d.f90] m\_static\_LIB\_3d::UpdateST\_C3()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_3dIC.f90] m\_static\_LIB\_3dIC::STF\_C3D8IC()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_3dIC.f90] m\_static\_LIB\_3dIC::UpdateST\_C3D8IC()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_3dC3D8.f90] m\_static\_LIB\_C3D8::STF\_C3D8Bbar()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_3dC3D8.f90] m\_static\_LIB\_C3D8::Update\_C3D8Bbar()
- ・サブルーチン [lib/static\_LIB\_3dC3D8.f90] m\_static\_LIB\_C3D8::TLOAD\_C3D8Bbar()

## 下位

- ・サブルーチン [lib/physics/calMatMatrix.f90] m\_MatMatrix::mat\_c2d()
- ・サブルーチン [lib/user/uelastic.f90] mUElastic::uElasticMatrix()
- ・サブルーチン [lib/physics/Viscoelastic.f90] mViscoElastic::calViscoelasticMatrix()
- ・サブルーチン [lib/physics/ElasticLinear.f90] m\_ElasticLinear::calElasticMatrix()
- ・サブルーチン [lib/physics/ElasticLinear.f90] m\_ElasticLinear::calElasticMatrix\_ortho()
- ・サブルーチン [lib/physics/Hyperelastic.f90] mHyperElastic::calElasticMooneyRivlin()
- ・サブルーチン [lib/physics/Hyperelastic.f90] mHyperElastic::calElasticArrudaBoyce()
- ・サブルーチン [lib/physics/Elastoplastoc.f90] m\_ElastoPlastic::calElastoPlasticMatrix()
- ・サブルーチン [lib/user/umat.f90] mUmat::uMatlMatrix()
- ・サブルーチン [lib/user/creep.f90] mCreep::iso\_creep()

# [lib/static\_LIB\_3dIC.f90]の内容

モジュール名:m\_static\_LIB\_3dIC

3次元六面体8節点要素 (非適合要素) の場合, Bマトリックスおよび要素剛性マトリックスを計算したり, Gauss積分点における応力とひずみを計算したりするモジュール

## 使用する他のモジュール

- ・ `hecmw`  
HECMWのモジュール
- ・ `lib/utilities/utilities.f90` `m_utilities`  
補助的なサブルーチンや関数を集めたモジュール
- ・ `lib/element/element.f90` `elementInfo`  
要素の情報を管理するモジュール
- ・ `lib/physics/mechgauss.f90` `mMechGauss`  
Gauss積分点の情報を管理するモジュール
- ・ `lib/m_common_struct.f90` `m_common_struct`  
有限要素解析における共通データを定義するモジュール
- ・ `lib/physics/calMatMatrix.f90` `m_MatMatrix`  
各材料のDマトリックスを計算するサブルーチンと呼ぶモジュール
- ・ `lib/m_fstr.f90` `m_fstr`  
FrontISTRにおける共通データを定義するモジュール

## メンバ変数

- ・ 整数型 `kint`  
整数型の種別値
- ・ 実数型 `kreal`  
実数型の種別値

## メンバ関数

- ・ サブルーチン `STF_C3D8IC()`  
3次元六面体8節点要素 (非適合要素) の場合, Bマトリックスおよび要素剛性マトリックスを計算するサブルーチン
- ・ サブルーチン `UpdateST_C3D8IC()`  
3次元六面体8節点要素 (非適合要素) の場合, Gauss積分点における応力とひずみを計算するサブルーチン

# [lib/static\_LIB\_3dIC.f90]

## m\_static\_LIB\_3dIC::STF\_C3D8IC()の内容

サブルーチン名: STF\_C3D8IC()

3次元六面体8節点要素 (B-bar要素) の場合, Bマトリックスおよび要素剛性マトリックス を計算するサブルーチン

### 引数

- ・整数型 etype  
要素タイプ
- ・整数型 nn  
各要素の節点数 (nn=8)
- ・実数型 ecoord(3, nn)  
各要素の節点座標
- ・構造体(tGaussStatus) gausses(:)  
Gaussの積分点に関連するデータ
- ・実数型 stiff(:, :)  
要素剛性マトリックス
- ・実数型 tincr  
時間増分
- ・実数型 coords(3, 3)  
材料の局所座標系を定義するのに必要な変数
- ・実数型 mddisp(3, :) 省略可能  
節点変位
- ・実数型 ehdisp(3, 3) 省略可能  
曲げモードのための節点自由度

### 上位

- ・サブルーチン [analysis/static/fstr StiffMatrix.f90] m fstr StiffMatrix::fstr StiffMatrix()

### 下位

- ・サブルーチン [lib/element/element.f90] elementInfo::getJacobian()
- ・サブルーチン [lib/m\_common\_struct.f90] m\_common\_struct::set\_localcoordsys()
- ・サブルーチン [lib/element/element.f90] elementInfo::getShapeFunc()
- ・サブルーチン [lib/physics/calMatMatrix.f90] m\_MatMatrix::MatlMatrix()
- ・サブルーチン [lib/element/element.f90] elementInfo::getQuadPoint()
- ・サブルーチン [lib/element/element.f90] elementInfo::getGlobalDeriv()
- ・関数 [lib/element/element.f90] elementInfo::getWeight()
- ・サブルーチン [lib/utilities/utilities.f90] m\_utilities::callInverse()
- ・サブルーチン [lib/element/element.f90] elementInfo::getShapeFunc()
- ・サブルーチン [lib/utilities/ttable.f90] m\_table::fetch TableData()

# [analysis/static/static\_mat\_ass\_main.f90]の内容

モジュール名:m\_static\_mat\_ass\_main  
全体剛性マトリックスを計算するモジュール

## 使用する他のモジュール

- ・[lib/m\_fstr.f90] m\_fstr  
FrontISTRにおける共通データを定義するモジュール
- ・[lib/static\_LIB.f90] m\_static\_LIB  
静解析で使用するモジュールを定義するモジュール
- ・[lib/physics/mechgauss.f90] mMechGauss  
Gauss積分点の情報を管理するモジュール

## メンバ関数

- ・サブルーチン FSTR\_MAT\_ASS\_MAIN()  
全体剛性マトリックスを作成するサブルーチン
- ・サブルーチン FSTR\_LOCAL\_STF\_CREATE()  
要素剛性マトリックスを計算するサブルーチンと呼ぶサブルーチン

# [analysis/static/static\_mat\_ass\_main.t90] m\_static\_mat\_ass\_main::FSTR\_LOCAL\_STF\_ CRTESTE()の内容

サブルーチン名: **FSTR\_LOCAL\_STF\_CREATE()**  
要素剛性マトリックスを計算するサブルーチンを呼ぶサブルーチン

## 引数

- ・構造体(hecmwST\_matrix) hecMESH  
HECMWが管理するメッシュのデータ
- ・整数型 ndof  
各節点の自由度数
- ・整数型 ic\_type  
要素タイプ
- ・整数型 icel  
要素番号
- ・実数型 xx(:), yy(:), zz(:)  
各要素の節点座標
- ・構造体(tGaussStatus) gausses(:)  
Gaussの積分点に関連するデータ
- ・整数型 iset  
問題の種類 (3次元問題/平面ひずみ/平面応力問題/軸対称問題)
- ・実数型 stiffness(:, :)  
要素剛性マトリックス

## 上位

- ・サブルーチン m\_static\_mat\_ass\_main::FSTR\_MAT\_ASS\_MAIN()

## 下位

- ・サブルーチン m\_static\_LIB\_2d::STF\_C2()
- ・サブルーチン m\_static\_LIB\_1d::STF\_C1()
- ・サブルーチン m\_static\_LIB\_3dIC::STF\_C3D8IC()
- ・サブルーチン m\_static\_LIB\_3d::STF\_C3()
- ・サブルーチン m\_static\_LIB\_shell::STF\_Shell\_MITC()
- ・サブルーチン m\_static\_LIB\_beam::STF\_Beam()
- ・サブルーチン hecmw abort()

## 今後の予定

- 次回の〈機能・例題・定式化・プログラム解説編〉では、「弾塑性解析」や「熱応力解析」を行う予定です
- 次回は有限変形理論を扱います  
プログラム解説では、第10回FrontISTR研究会で説明できなかった荷重増分ステップやNewton-Raphson反復に対応するサブルーチンも説明します
- 定式化の理解を深められる例題を増やしていく予定です
- 今年度の最終目標は、「FrontISTRのカスタマイズ (Element／Material追加およびユーザサブルーチン使用)」の解説です

## 質問やコメントなど

- 変位 $u$ によって材料で定義された座標が変化する場合の計算方法については？
- 主軸が設定できると便利である
- LS-DYNAやAbaqusでは要素番号と座標系のテーブルを入力することが可能である
- 繊維方向の応力成分を出力したい
- 設定した座標系をRevocap\_PrePostで見られると良いのだが・・・