東京大学本郷キャンパス 工学部8号館 84講義室 (地下1階)

計算事例紹介：FrontISTRによる溶接シミュレーションベンチマーク問題の解析

新領域創成科学研究科
人間環境学専攻
橋本　学

2017年11月10日
第39回FrontISTR研究会
＜FrontISTRのプログラム開発・実行環境構築に関する二、三の話題＞

謝辞

本研究開発は，文部科学省ポスト「京」重点課題⑧
「近未来型ものづくりを先導する革新的設計・製造プロセスの開発」の一環として実施したものです

また，本解析において多くのご助言をいただいた
村川英一招聘教授（大阪大学接合科学研究所）および
河原充氏（河原CAEコンサルタント）に感謝申し上げます

FrontISTRベースの高度成形・溶接シミュレータの開発

超大規模・高精度強連成解析ソルバー

- ✓アセンブリ／接触問題の大規模解析が可能な並列反復法
- ✓大規模強連成解析手法 (熱伝導・弾塑性クリープ変形)
- ✓一連の工程を解析可能なプリポストプロセッサと連携

- よく利用される「固有ひずみ法」ではなく、熱弾塑性解析によって解析領域全体を計算
- 自動車／重機械フレーム全体規模 (数m) の解析領域に対して、溶融部での高解像度 (数μm) の計算
- プレス成形時のスプリングバックの影響を考慮した溶接解析

ポスト「京」重点課題⑧サブ課題Eのホームページ

文部科学省 フラッグシップ2020プロジェクト
ポスト「京」重点課題⑧「近未来型ものづくりを先導する革新的設計・製造プロセスの開発」
サブ課題E「新材料に対応した高度成形・溶接シミュレータの研究開発」

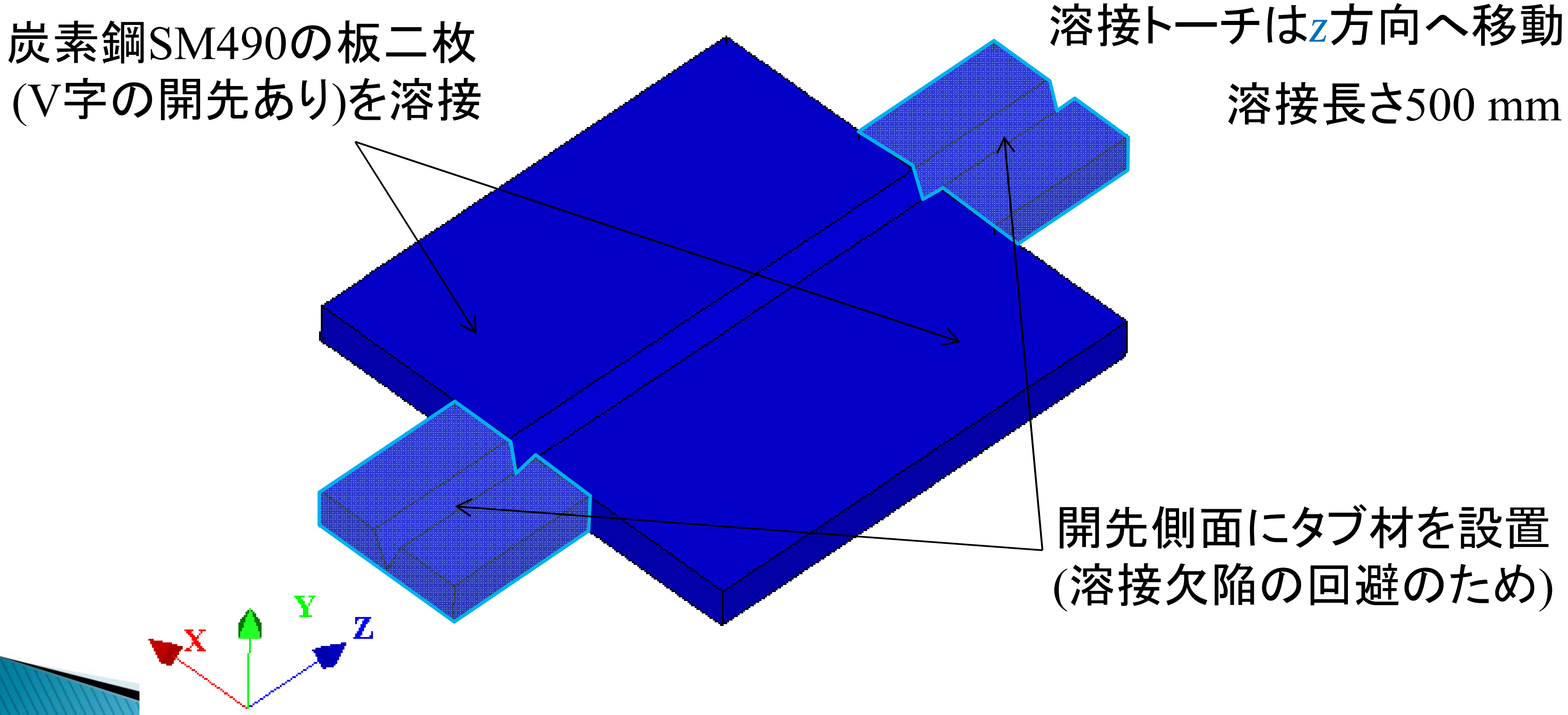
プロジェクト概要

高度溶接シミュレーション技術を開発し、溶接工程における溶接順序探索および逆ひずみ量推定の高精度化・高速化を行うことが目的である。平成29年度までの達成目標として、入熱による熱弾塑性解析の計算精度を検証し、数mmのオーダーの溶融条件を考慮した大規模並列計算性能を検証する。平成31年度までの達成目標として、ターゲット問題における部品規模の溶接解析の計算精度を従来アプリと比較し、開発するアプリの優位性を示す。そして、全体規模の溶接解析結果を実験値と比較し、開発するアプリの予測精度を検証する。

ポスト「京」重点課題⑧サブ課題Eのホームページ
http://www.multi.k.u-tokyo.ac.jp/PostK-8E/

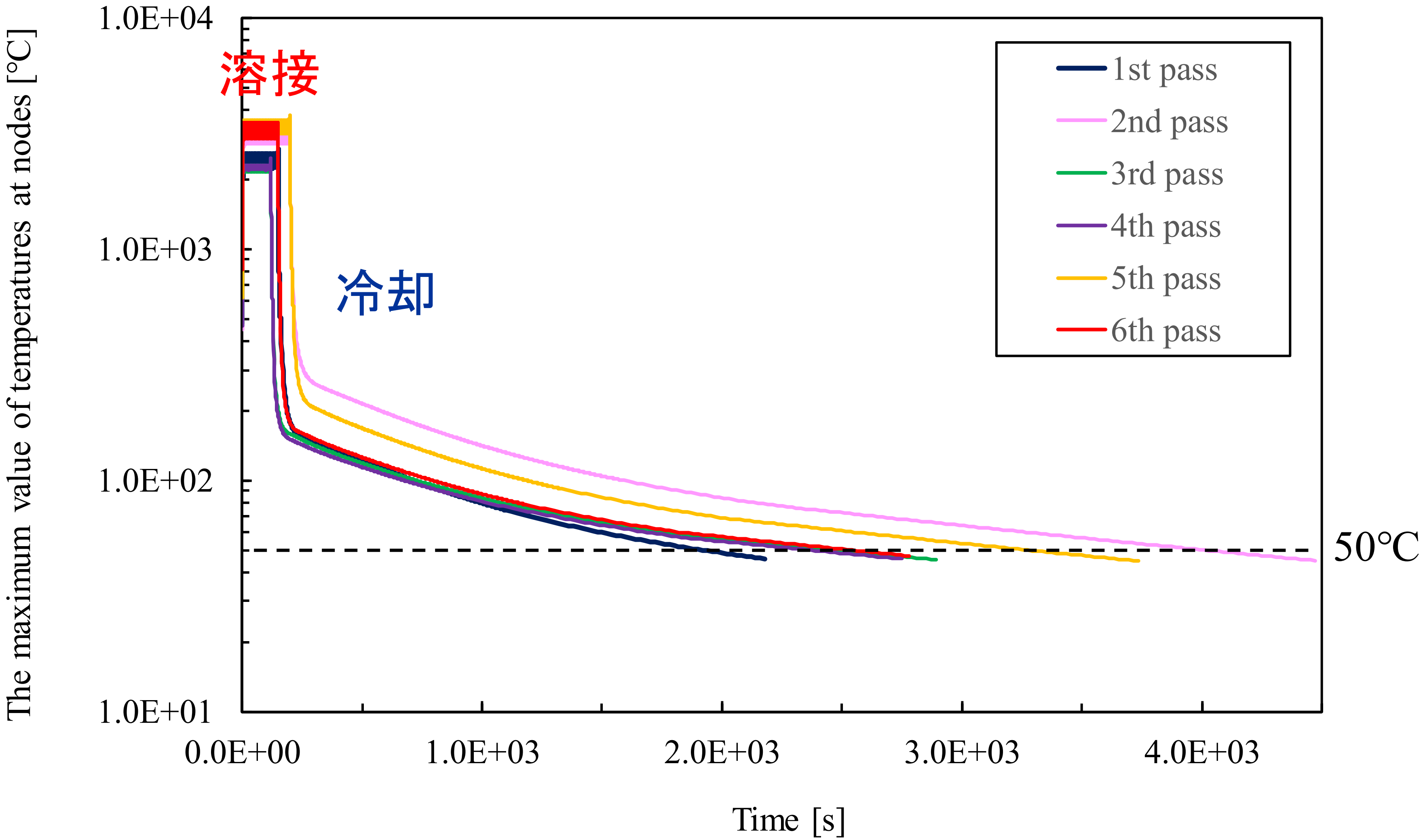
溶接シミュレーションベンチマーク問題

一般社団法人溶接学会のアドホック研究会
「実構造物への展開を目指した溶接予測技術の検証」
成果報告書よりベンチマーク問題を設定



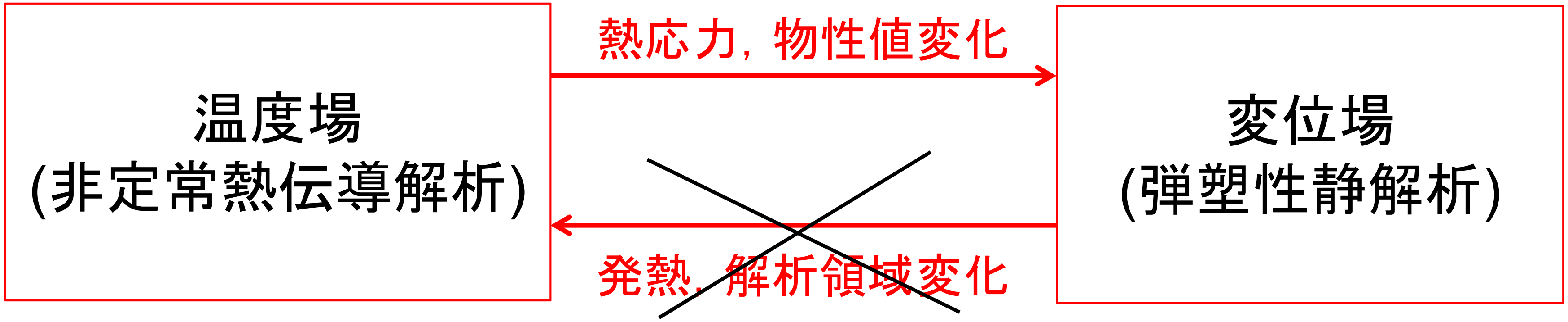
アーク溶接シミュレーションモデル

温度の最大値の時刻歴



温度の最大値が50°Cより小さくなれば次のパスへ
(全6パスの溶接)

温度場と変位場の一方向連成解析



① 熱伝導解析 (移動熱源有り)
② 熱伝導解析の結果ファイルの温度データを読み込み，弾塑性解析

- 弾塑性解析の全体制御ファイル (hecmw_ctrl.dat)

  !RESULT, NAME=fstrTEMP, IO=IN
  **.res (熱伝導解析の結果ファイル名)
  を指定

- 弾塑性解析の解析制御ファイル (*.cnt)

  !TEMPERATURE, SSTEP=○, READRESULT=□, INTERVAL=△
  を指定

温度場の支配方程式系

(非定常熱伝導方程式)

$$\rho c_\mathrm{p} \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \boldsymbol{q} + Q$$

(Fourierの法則)

$$\boldsymbol{q} = -k \nabla T$$

(境界条件)

$$q_n = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{q}$$
$$= h(T)\ (T - T_\mathrm{air})$$
$$+ \sigma\ e(T)\ (T^4 - T_\mathrm{air}^4)$$
$$\text{on} \quad \partial\Omega$$

∇ : ナブラ [1/m]　$\nabla = \boldsymbol{e}_1 \dfrac{\partial}{\partial x_1} + \boldsymbol{e}_2 \dfrac{\partial}{\partial x_2} + \boldsymbol{e}_3 \dfrac{\partial}{\partial x_3}$

$\boldsymbol{q}$: 熱流束 [W/m^2]

ρ : 密度 [kg/m^3]　c_p : 定圧比熱 [J/(kg･K)]

k : 熱伝導率 [W/(m･K)]

T : 温度 [K]　未知量

h : 熱伝達率 [W/(m^2･K)]

σ : Stefan-Boltzmannパラメータ [W/m^2･K]

Q : 単位体積当たりの発熱量 [W/m^3]

$$Q = \begin{cases} \dfrac{\eta I V}{2HS} & \text{(等速で移動する入熱部)} \\ 0 & \text{(それ以外)} \end{cases}$$

η : 入熱効率　I : 電流 [A]　V : 電圧 [V]

S : 溶接金属の断面積 [m^2]　$2H$: 入熱長さ [m]

解析制御ファイルの設定

解析制御ファイル (*.cnt) データ

```
!WELD_LINE
(2行目) I, U, Coef, V
(3行目) EGROUP, XYZ, C1, C2, H, tstart
```

変数名	変数型	説明
I	実数型	電流
U	実数型	電圧
Coef	実数型	入熱効率
V	実数型	溶接トーチの移動速度

変数名	変数型	説明
EGRP	文字型	入熱する要素グループ名
XYZ	実数型	溶接トーチの移動方向 (自由度番号)
C1	実数型	溶接トーチの始点座標
C2	実数型	溶接トーチの終点座標
H	実数型	溶接源の幅の半分
tstart	実数型	溶接開始時刻

変位場の支配方程式系

(平衡方程式)

$$ {}^{t}\nabla \cdot {}^{t}\underline{\boldsymbol{T}} + {}^{t}\rho \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0} \qquad \text{in } {}^{t}\Omega $$

Cauchy応力テンソル

(境界条件)

$$ {}^{t}\boldsymbol{u} = \underline{\boldsymbol{u}} \qquad \text{on } {}^{t}\Gamma_{\mathrm{d}} $$

$$ {}^{t}\boldsymbol{t} = {}^{t}\boldsymbol{n} \cdot {}^{t}\boldsymbol{T} = \underline{\boldsymbol{t}} \qquad \text{on } {}^{t}\Gamma_{\mathrm{t}} $$

仮想仕事の原理と接線剛性マトリックス

[V] 以下を満たすような変位 ${}^t\boldsymbol{u} \in \mathrm{V}$ を求めよ

$$\mathrm{V} = \{ {}^t\boldsymbol{w} \mid {}^t\boldsymbol{w} \in H^1({}^t\Omega)^N,\ {}^t\boldsymbol{w} = \underline{\boldsymbol{u}} \text{ on } {}^t\Gamma_\mathrm{d} \}$$

$$\mathrm{M} = \{ \delta\,{}^t\boldsymbol{u} \mid \delta\,{}^t\boldsymbol{u} \in H^1({}^t\Omega)^N,\ \delta\,{}^t\boldsymbol{u} = \boldsymbol{0} \text{ on } {}^t\Gamma_\mathrm{d} \}$$

(仮想仕事の原理)

$$\underbrace{\int_{{}^t\Omega} {}^t\boldsymbol{T} : \delta\,{}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\, d\,{}^t\Omega}_{\text{内力部分}} = \underbrace{\int_{{}^t\Gamma_\mathrm{t}} \underline{\boldsymbol{t}} \cdot \delta\,{}^t\boldsymbol{u}\, d\,{}^t\Gamma + \int_{{}^t\Omega} {}^t\rho\,\boldsymbol{b} \cdot \delta\,{}^t\boldsymbol{u}\, d\,{}^t\Omega}_{\text{外力部分}} \qquad \forall\,\delta\,{}^t\boldsymbol{u} \in \mathrm{M}$$

Updated Lagrange法で使用される式

仮想仕事の原理における左辺 (内力部分) を物質時間微分する

$$\underbrace{\left(\int_{{}^t\Omega} {}^t\boldsymbol{T} : \delta\,{}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\, d\,{}^t\Omega \right)^{\bullet}}_{\text{速度形}} = \int_{{}^t\Omega} \underline{{}^t_t\dot{\boldsymbol{S}}} : \delta\,{}^t\boldsymbol{A}_{(\mathrm{L})}\, d\,{}^t\Omega + \int_{{}^t\Omega} \underline{{}^t\boldsymbol{T}} : \left\{ (\delta\,{}^t_t\boldsymbol{F})^\mathrm{T} \cdot {}^t\boldsymbol{L}^\mathrm{T} \right\} d\,{}^t\Omega$$

Truesdellの応力速度テンソル
構成方程式が必要となります

Updated Lagrange法で使用される接線剛性マトリックス

$$\delta\,{}^t_t\boldsymbol{F} = ({}^t\nabla \otimes \delta\,{}^t\boldsymbol{u})^\mathrm{T}$$

$${}^t\boldsymbol{L} = {}^t\nabla \otimes {}^t\dot{\boldsymbol{u}}$$

弾塑性構成則モデル

- 弾塑性ひずみ分解（加算分解できると仮定）

全ひずみテンソル [-]

$$ {}^{t}\boldsymbol{\varepsilon} = \underline{{}^{t}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{e}}} + \underline{{}^{t}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{p}}} + \underline{{}^{t}\boldsymbol{\varepsilon}_{T}} $$

弾性ひずみテンソル [-]　熱ひずみテンソル [-]

塑性ひずみ (永久ひずみ) テンソル[-]

- 速度形弾塑性構成則

$$ \begin{aligned} {}^{t}\dot{\boldsymbol{\sigma}} &= \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : {}^{t}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{e}} \\ &= \underline{\boldsymbol{C}_{\mathrm{ep}}} : {}^{t}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{aligned} $$

熱ひずみはΔtの間一定

→ 塑性変形の情報から弾塑性係数を定める

- 降伏関数（降伏する条件）
- 塑性流れ則（塑性ひずみの発展）
- 硬化則（降伏応力の発展）

速度形弾塑性構成則 (1/3)

応力速度 [Pa/s]　　　弾性ひずみ速度 [1/s]

$$
\begin{aligned}
{}^t\dot{\boldsymbol{\sigma}} &= \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{e}} \\
&= \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : ({}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}}) \\
&= \underline{{}^t\boldsymbol{C}_{\mathrm{ep}}} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \qquad \cdots (3)
\end{aligned}
$$

弾塑性係数 [Pa]

弾性定数 [Pa]

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} &= (C_{\mathrm{e}})_{ijkl}\ \boldsymbol{e}_i \otimes \boldsymbol{e}_j \otimes \boldsymbol{e}_k \otimes \boldsymbol{e}_l \\
&= \left\{ \underline{\lambda}\, \delta_{ij}\, \delta_{kl} + \underline{\mu} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \right\} \boldsymbol{e}_i \otimes \boldsymbol{e}_j \otimes \boldsymbol{e}_k \otimes \boldsymbol{e}_l
\end{aligned}
$$

Lamé定数 [Pa]

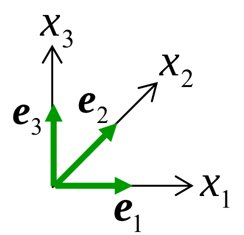


Fig. Cartesian coordinates

$$
{}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}\left\{ {}^t\nabla \otimes {}^t\dot{\boldsymbol{u}} + ({}^t\nabla \otimes {}^t\dot{\boldsymbol{u}})^{\mathrm{T}} \right\}
$$

全ひずみ速度テンソル

降伏関数 (1/2)：降伏する条件

$$F\,({}^{t}\boldsymbol{\sigma},\ \sigma_{\mathrm{Y}}) \le 0$$

降伏関数

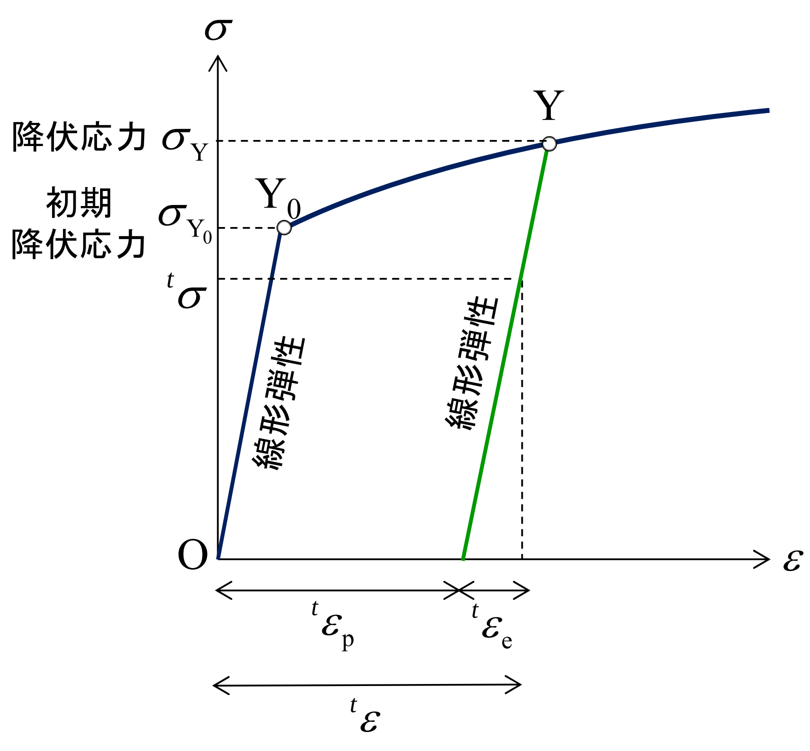


Fig. Uniaxial stress-strain curve

<u>弾性域</u>

$$F\,({}^{t}\boldsymbol{\sigma},\ \sigma_{\mathrm{Y}}) < 0$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}} = \mathbf{O}$$

<u>弾性域の境界 (Y点)</u>

$$F({}^{t}\boldsymbol{\sigma},\ \sigma_{\mathrm{Y}}) = 0$$

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}} = \mathbf{O} & (\text{弾性除荷}) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}} \neq \mathbf{O} & (\text{塑性負荷}) \end{cases}$$

降伏関数 (2/2)：von Misesの降伏関数

Mises応力が降伏応力に達すると塑性変形が始まる

$$F({}^t\boldsymbol{\sigma},\ \sigma_{\mathrm{Y}}) = {}^t\sigma_{\mathrm{Mises}} - \sigma_{\mathrm{Y}} \le 0$$

Mises応力

$$\begin{aligned} {}^t\sigma_{\mathrm{Mises}} &= \sqrt{3\,J_2({}^t\boldsymbol{\sigma})} \\ &= \sqrt{-3I_2({}^t\boldsymbol{\sigma}')} \end{aligned}$$

$$J_2({}^t\boldsymbol{\sigma}) = -I_2({}^t\boldsymbol{\sigma}')$$

偏差応力の第2不変量

$$\begin{aligned} I_2({}^t\boldsymbol{\sigma}') &= \frac{1}{2}\left\{(\mathrm{tr}\,{}^t\boldsymbol{\sigma}')^2 - \mathrm{tr}\,({}^t\boldsymbol{\sigma}'\cdot{}^t\boldsymbol{\sigma}')\right\} \\ &= -\frac{1}{2}\mathrm{tr}\,({}^t\boldsymbol{\sigma}'\cdot{}^t\boldsymbol{\sigma}') \end{aligned}$$

塑性流れ則 (1/2): 塑性ひずみの発展

塑性流れ則

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}} = {}^{t}\dot{\gamma}\ {}^{t}\boldsymbol{m}$$

流れベクトル[-]

$$= {}^{t}\dot{\gamma}\frac{\partial \Theta}{\partial\, {}^{t}\boldsymbol{\sigma}}$$

塑性ポテンシャル [-]

$${}^{t}\dot{\gamma} \geq 0$$

塑性乗数 [1/s]

$${}^{t}\dot{\gamma}\, F({}^{t}\boldsymbol{\sigma},\ \sigma_{\mathrm{Y}}) = 0$$

相補性条件

$$\begin{cases} F({}^{t}\boldsymbol{\sigma},\ \sigma_{\mathrm{Y}}) < 0 \ \Rightarrow\ {}^{t}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}} = 0 \ \Rightarrow\ {}^{t}\dot{\gamma} = 0 \\ {}^{t}\dot{\gamma} > 0 \ \Rightarrow\ {}^{t}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}} \neq 0 \ \Rightarrow\ F({}^{t}\boldsymbol{\sigma},\ \sigma_{\mathrm{Y}}) = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} F({}^{t}\boldsymbol{\sigma},\ \sigma_{\mathrm{Y}}) \leq 0 \\ {}^{t}\dot{\gamma} \geq 0 \\ {}^{t}\dot{\gamma}\, F({}^{t}\boldsymbol{\sigma},\ \sigma_{\mathrm{Y}}) = 0 \end{cases}}$$

塑性流れ則 (2/2): 関連流れ則

塑性ポテンシャル Θ と
降伏関数 F が一致すると仮定
(関連流れ則)

$$ {}^{t}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}} = {}^{t}\dot{\gamma}\,\frac{\partial F}{\partial\,{}^{t}\boldsymbol{\sigma}} $$

$$ \begin{aligned} {}^{t}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}} : d\,{}^{t}\boldsymbol{\sigma}^{*} &= \left({}^{t}\dot{\gamma}\,\frac{\partial F}{\partial\,{}^{t}\boldsymbol{\sigma}} \right) : d\,{}^{t}\boldsymbol{\sigma}^{*} \\ &= {}^{t}\dot{\gamma} \left(\frac{\partial F}{\partial\,{}^{t}\boldsymbol{\sigma}} : d\,{}^{t}\boldsymbol{\sigma}^{*} \right) \\ &= \underline{{}^{t}\dot{\gamma}\;\; dF^{*} = 0} \end{aligned} $$

垂直性の条件

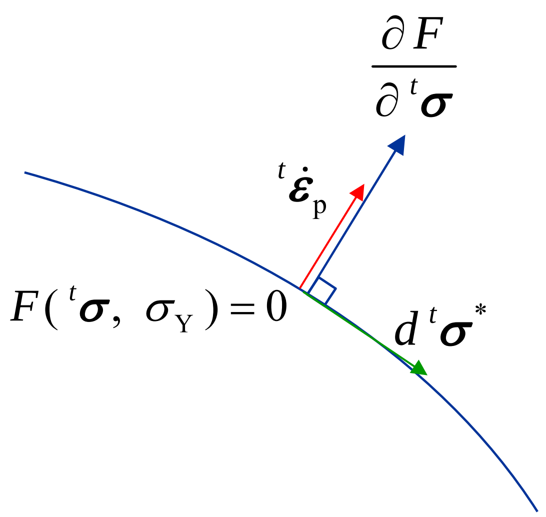


Fig. Yield surface

降伏局面が塑性ひずみ速度と
垂直になる

(※) FrontISTRには，関連流れ則が実装されています
非関連流れ則は使用できません

硬化則：降伏応力の発展

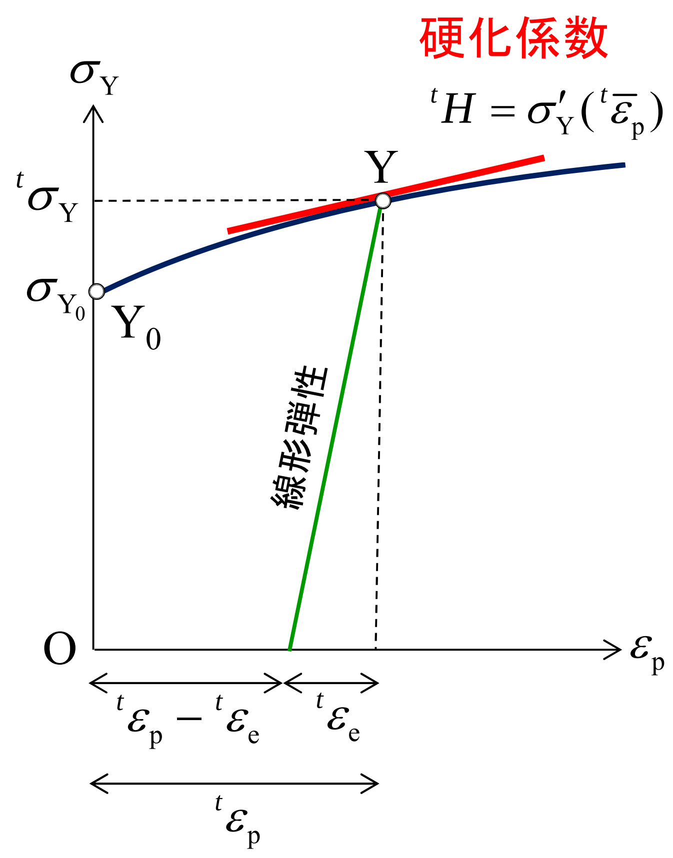
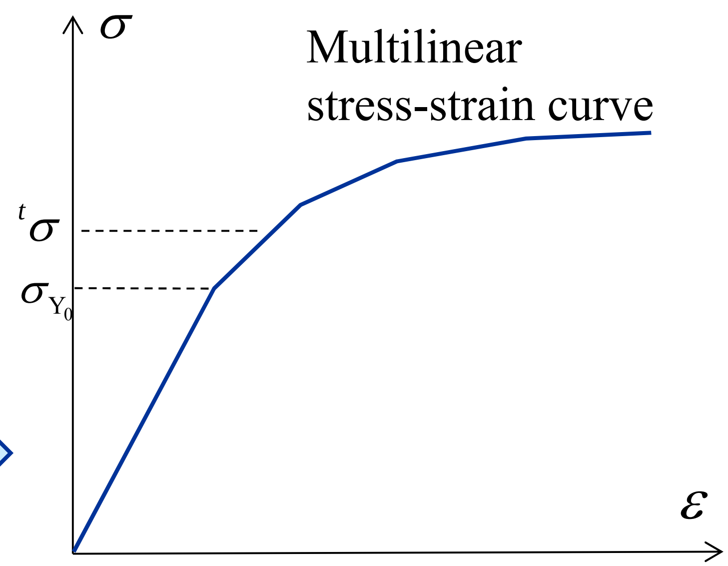


Fig. Uniaxial stress-strain curve

$$ {}^{t}\sigma_{\mathrm{Y}} = \sigma_{\mathrm{Y}}({}^{t}\bar{\varepsilon}_{\mathrm{p}}) $$

軸方向累積塑性ひずみ

$$ {}^{t}\dot{\bar{\varepsilon}}_{\mathrm{p}} = {}^{t}\dot{\gamma} $$



速度形弾塑性構成則 (2/3)

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial\, {}^t\boldsymbol{\sigma}} : {}^t\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial F}{\partial\, {}^t\sigma_{\mathrm{Y}}}\, {}^t\dot{\sigma}_{\mathrm{Y}}$$

$$= {}^t\boldsymbol{A} : \left\{ \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : ({}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}}) \right\} - {}^t\dot{\gamma}\ {}^t b$$

$$= {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : ({}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - {}^t\dot{\gamma}\ {}^t\mathbf{A}) - {}^t\dot{\gamma}\ {}^t b = 0$$

$${}^t\boldsymbol{A} = \frac{\partial F}{\partial\, {}^t\boldsymbol{\sigma}}$$

$${}^t b = -\frac{\partial F}{\partial\, {}^t\sigma_{\mathrm{Y}}} \frac{{}^t\dot{\sigma}_{\mathrm{Y}}}{{}^t\dot{\gamma}}$$

$$= -\frac{\partial F}{\partial\, {}^t\sigma_{\mathrm{Y}}}\, {}^t H \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}_{\mathrm{p}}}{{}^t\dot{\gamma}}$$

$$= -\frac{\partial F}{\partial\, {}^t\sigma_{\mathrm{Y}}}\, {}^t H$$

$${}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - {}^t\dot{\gamma}\ {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : {}^t\boldsymbol{A} = {}^t\dot{\gamma}\ {}^t b$$

$$\therefore\ {}^t\dot{\gamma} = \frac{{}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{{}^t b + {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : {}^t\boldsymbol{A}}$$

速度形弾塑性構成則 (3/3)

$$
\begin{aligned}
{}^t\dot{\boldsymbol{\sigma}} &= \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : ({}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_\mathrm{p}) \\
&= \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : ({}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - {}^t\dot{\gamma}\ {}^t\boldsymbol{A}) \\
&= \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : \left({}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{{}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{{}^tb + {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\boldsymbol{A}} {}^t\boldsymbol{A} \right) \\
&= \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : \left({}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{{}^t\boldsymbol{A} \otimes {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{{}^tb + {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\boldsymbol{A}} \right) \\
&= \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\boldsymbol{A} \otimes {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e}}{{}^tb + {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\boldsymbol{A}} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \\
&= \left(\boldsymbol{C}_\mathrm{e} - \frac{\boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\boldsymbol{A} \otimes {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e}}{{}^tb + {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\boldsymbol{A}} \right) : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \\
&= \boldsymbol{C}_\mathrm{ep} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}
\end{aligned}
$$

$$
{}^t\dot{\gamma} = \frac{{}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{{}^tb + {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\boldsymbol{A}}
$$

$$
{}^t\boldsymbol{C}_\mathrm{ep} = \boldsymbol{C}_\mathrm{e} - \frac{\boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\boldsymbol{A} \otimes {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e}}{{}^tb + {}^t\boldsymbol{A} : \boldsymbol{C}_\mathrm{e} : {}^t\boldsymbol{A}}
$$

Updated Lagrange法で使用される弾塑性体の構成方程式

有限変形解析の場合，前述の応力速度テンソルと全ひずみ速度テンソルの関係を
相対Kirchhoff応力テンソルのJaumann速度と変形速度テンソルの関係と考える

$$ {}^{t}_{t}\overset{\circ}{\hat{\boldsymbol{T}}}_{(\mathrm{J})} = {}^{t}\boldsymbol{C}_{\mathrm{ep}} : {}^{t}\boldsymbol{D} $$

相対Kirchhoff応力テンソルのJaumann速度

$$ {}^{t}\boldsymbol{D} = \frac{1}{2}({}^{t}\boldsymbol{L} + {}^{t}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}) = \frac{1}{2}\left\{ {}^{t}\nabla \otimes {}^{t}\dot{\boldsymbol{u}} + ({}^{t}\nabla \otimes {}^{t}\dot{\boldsymbol{u}})^{\mathrm{T}} \right\} $$

変形速度テンソル

$$ {}^{t}_{t}\dot{\boldsymbol{S}} = {}^{t}_{t}\overset{\circ}{\hat{\boldsymbol{T}}}_{(\mathrm{J})} - {}^{t}\boldsymbol{D} \cdot {}^{t}\boldsymbol{T} - {}^{t}\boldsymbol{T} \cdot {}^{t}\boldsymbol{D} $$

$$ = {}^{t}\boldsymbol{C}_{\mathrm{ep}} : {}^{t}\boldsymbol{D} - {}^{t}\boldsymbol{D} \cdot {}^{t}\boldsymbol{T} - {}^{t}\boldsymbol{T} \cdot {}^{t}\boldsymbol{D} $$

Truesdellの
応力速度テンソル

$$ \begin{aligned} {}^{t}_{t}\dot{S}_{ij} &= {}^{t}C_{\mathrm{ep}ijkl}\,{}^{t}D_{kl} - {}^{t}D_{ik}\,{}^{t}T_{kj} - {}^{t}T_{ik}\,{}^{t}D_{kj} \\ &= {}^{t}C_{\mathrm{ep}ijkl}\,{}^{t}D_{kl} - \delta_{il}\,{}^{t}D_{lk}\,{}^{t}T_{kj} - \delta_{jl}\,{}^{t}T_{ik}\,{}^{t}D_{kl} \\ &= ({}^{t}C_{\mathrm{ep}ijkl} - \delta_{il}\,{}^{t}T_{jk} - {}^{t}T_{ik}\,\delta_{jl})\,{}^{t}D_{kl} \\ &= \left\{ {}^{t}C_{\mathrm{ep}ijkl} - \frac{1}{2}(\delta_{il}\,{}^{t}T_{jk} + \delta_{ik}\,{}^{t}T_{jl}) - \frac{1}{2}({}^{t}T_{ik}\,\delta_{jl} + {}^{t}T_{il}\,\delta_{jk}) \right\} {}^{t}D_{kl} \end{aligned} $$

以下の式が得られる

$$ {}^{t}_{t}\dot{\boldsymbol{S}} = {}^{t}\tilde{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{ep}} : {}^{t}\boldsymbol{D} $$

$$ {}^{t}\tilde{C}_{\mathrm{ep}ijkl} = {}^{t}C_{\mathrm{ep}ijkl} - \frac{1}{2}(\delta_{il}\,{}^{t}T_{jk} + \delta_{ik}\,{}^{t}T_{jl}) - \frac{1}{2}({}^{t}T_{ik}\,\delta_{jl} + {}^{t}T_{il}\,\delta_{jk}) $$

熱応力 (1/2)

応力 [Pa]　　弾性ひずみ速度 [-]

$$ {}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\sigma} = {}^{t}\boldsymbol{\sigma} + \int_{t}^{t+\Delta t} \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : {}^{t'}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{e}}\, dt' - \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : {}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\varepsilon}_{T} $$

熱ひずみ [-]

$$ = {}^{t}\boldsymbol{\sigma} + \int_{t}^{t+\Delta t} \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : ({}^{t'}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - {}^{t'}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{p}})\, dt' - {}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\sigma}_{T} $$

$$ {}^{t}\boldsymbol{\varepsilon}_{T} = {}^{t}_{0}\overline{\boldsymbol{\alpha}}\,({}^{t}T - {}^{0}T) $$

$$ {}^{t}_{0}\overline{\boldsymbol{\alpha}} = {}^{t}_{0}\overline{\alpha}_{11}\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1 + {}^{t}_{0}\overline{\alpha}_{22}\boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2 + {}^{t}_{0}\overline{\alpha}_{33}\boldsymbol{e}_3 \otimes \boldsymbol{e}_3 $$

線膨張係数 [1/K]

$$ {}^{t}\boldsymbol{\sigma}_{T} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} : {}^{t}\boldsymbol{\varepsilon}_{T} $$
$$ = \lambda(\mathrm{tr}\,{}^{t}\boldsymbol{\varepsilon}_{T})\boldsymbol{I} + 2\mu\,{}^{t}\boldsymbol{\varepsilon}_{T} $$
$$ = \left\{\lambda(\mathrm{tr}\,{}^{t}_{0}\overline{\boldsymbol{\alpha}})\boldsymbol{I} + 2\mu\,{}^{t}_{0}\overline{\boldsymbol{\alpha}}\right\}({}^{t}T - {}^{0}T) $$

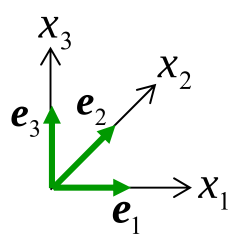


Fig. Cartesian coordinates

有限変形解析の場合，前述の ${}^{t}\boldsymbol{\sigma}$ を Cauchy応力 ${}^{t}\boldsymbol{T}$ と考える

熱応力 (2/2)

$$ {}^{0}\overline{\alpha}_{11} = \frac{1}{{}^{0}T - T_{\mathrm{ref}}} \int_{T_{\mathrm{ref}}}^{{}^{0}T} \alpha_{11}(T')\ dT' $$

$$ {}^{t}\overline{\alpha}_{11} = \frac{1}{{}^{t}T - T_{\mathrm{ref}}} \int_{T_{\mathrm{ref}}}^{{}^{t}T} \alpha_{11}(T')\ dT' $$

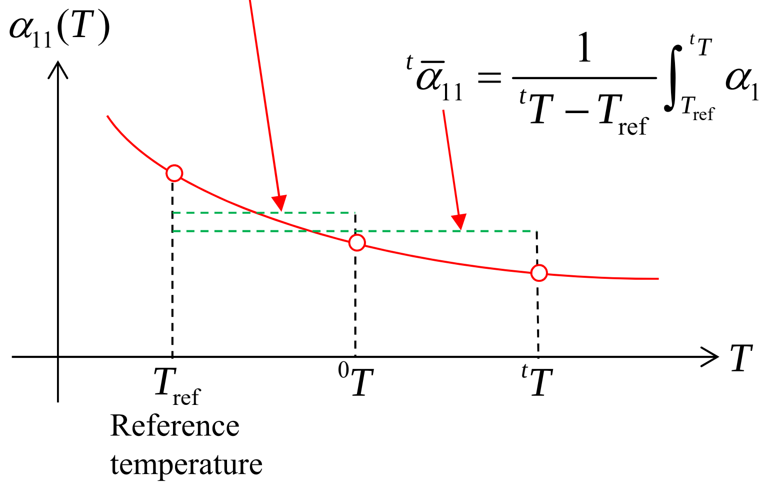


Fig. Coefficients of thermal expansion and temperatures

$$ {}^{t}_{0}\overline{\alpha}_{11}\ ({}^{t}T - {}^{0}T) = \int_{{}^{0}T}^{{}^{t}T} \alpha_{11}(T')\ dT' $$

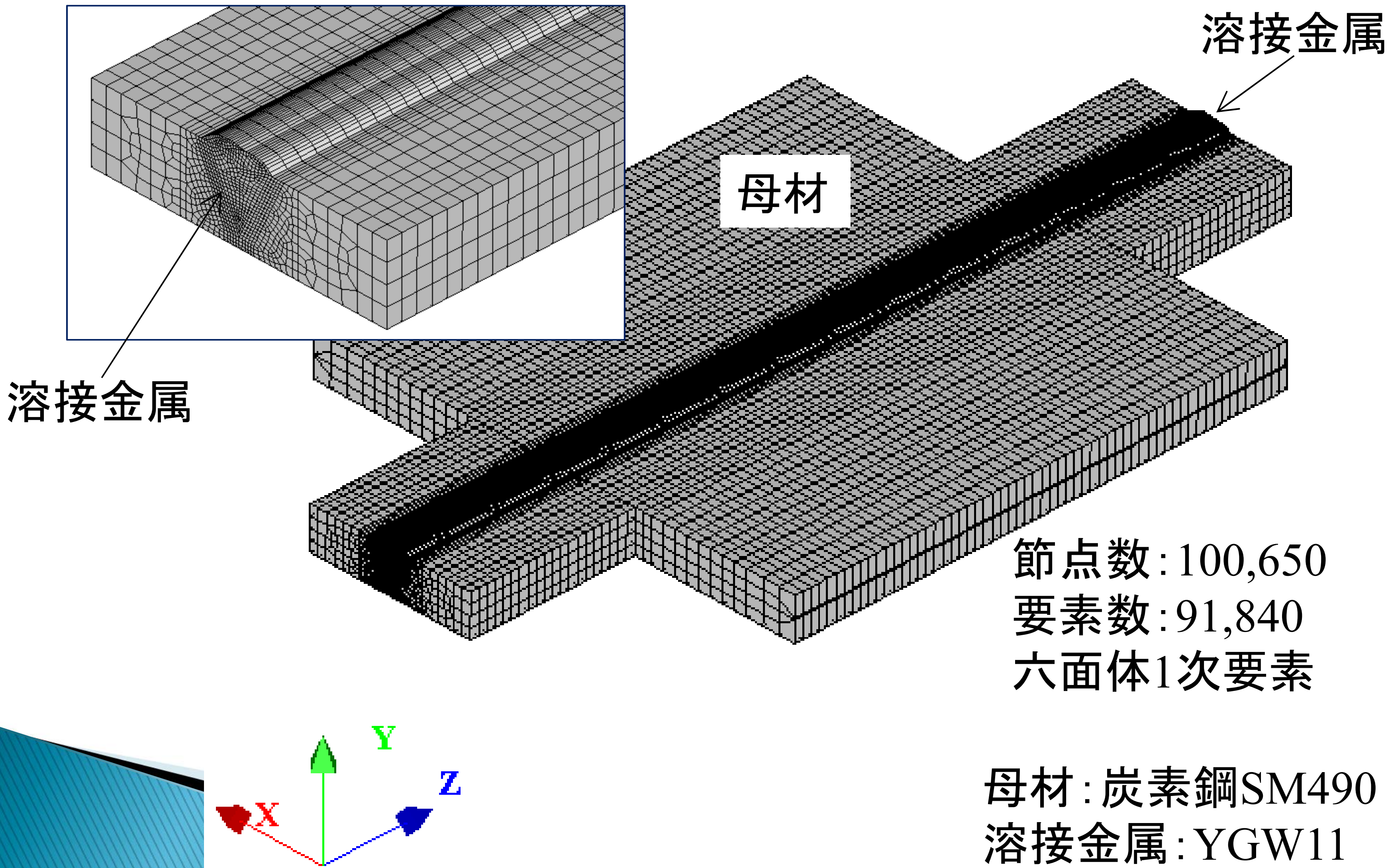
$$ = \int_{T_{\mathrm{ref}}}^{{}^{t}T} \alpha_{11}(T')\ dT' - \int_{T_{\mathrm{ref}}}^{{}^{0}T} \alpha_{11}(T')\ dT' $$

$$ = {}^{t}\overline{\alpha}_{11}\ ({}^{t}T - T_{\mathrm{ref}}) - {}^{0}\overline{\alpha}_{11}\ ({}^{0}T - T_{\mathrm{ref}}) $$

FrontISTRでは，入力データとして ${}^{t}\overline{\alpha}_{11}$ と ${}^{0}\overline{\alpha}_{11}$，${}^{0}T$ と T_{ref} を用意します

解析メッシュ (1/2)

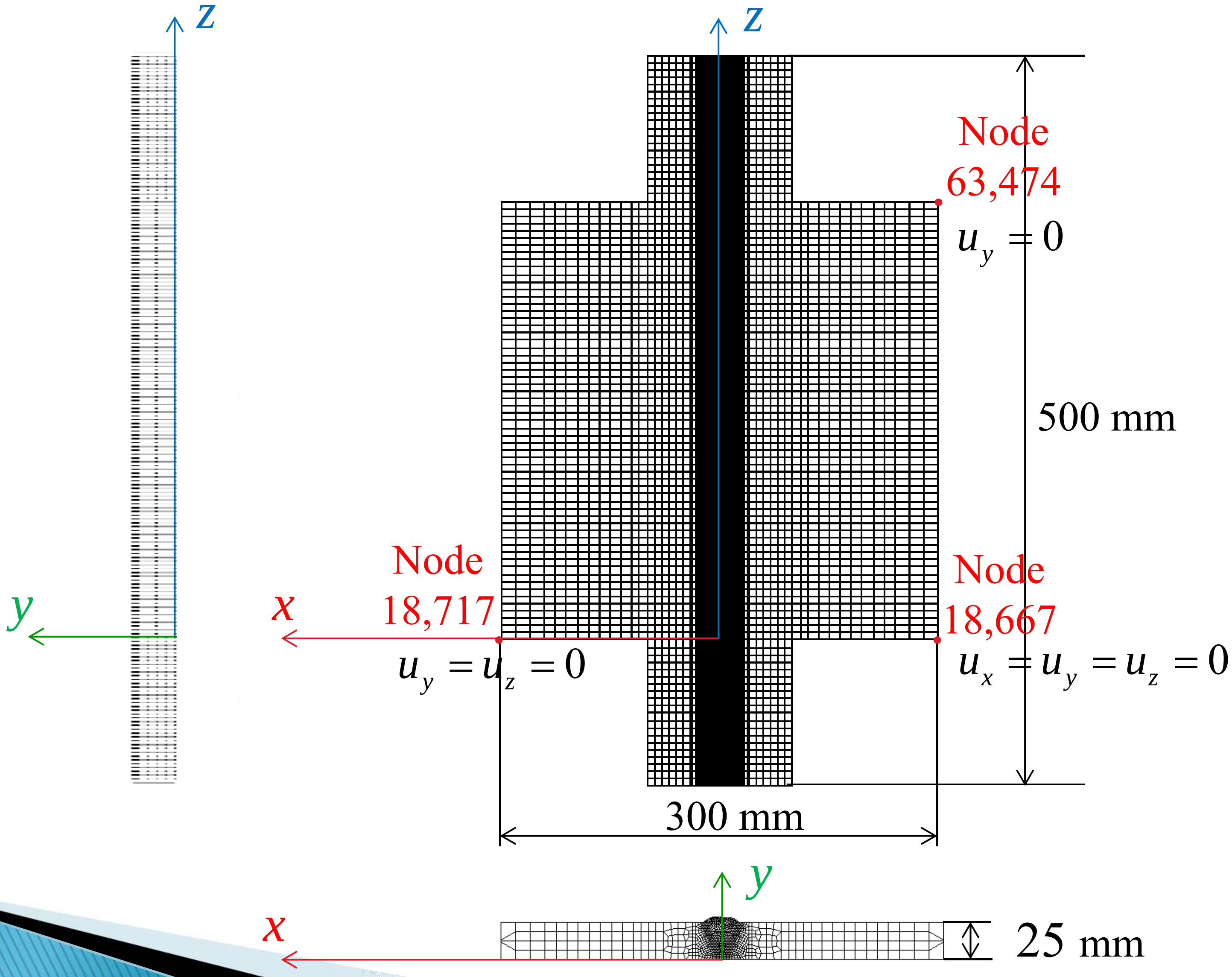
FrontISTRに入力するメッシュは6パス分の溶接金属が含まれる



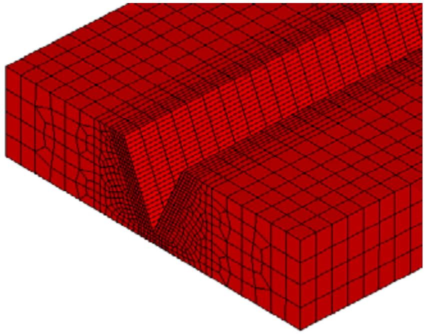
節点数 : 100,650
要素数 : 91,840
六面体1次要素

母材 : 炭素鋼SM490
溶接金属 : YGW11

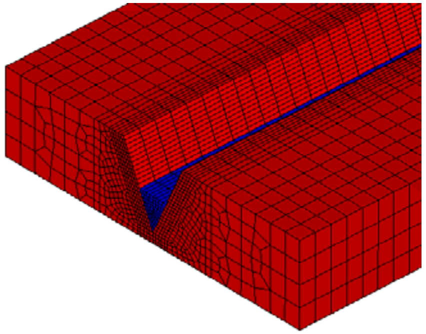
解析メッシュ (2/2)


z
y
z
x
Node
63,474
$u_y = 0$
500 mm
Node
18,717
$u_y = u_z = 0$
Node
18,667
$u_x = u_y = u_z = 0$
300 mm
y
x
25 mm

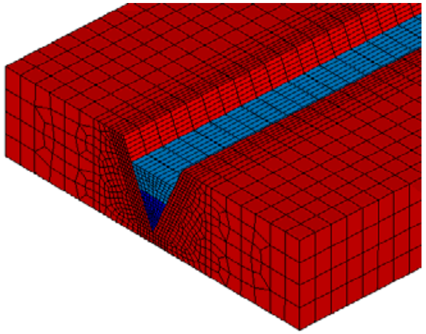
解析メッシュ (溶接金属)



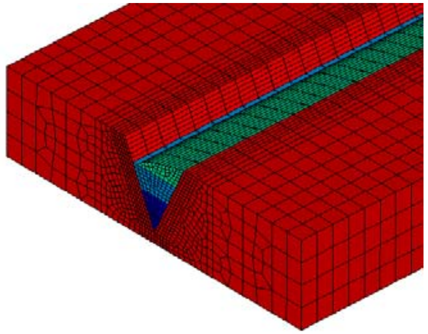
母材のみ



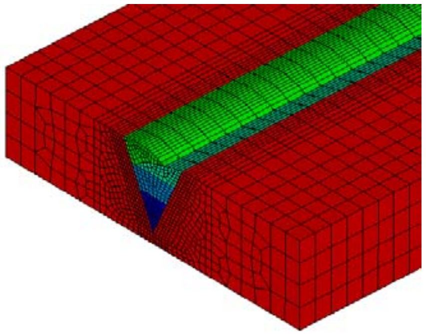
1パス目の
溶接金属



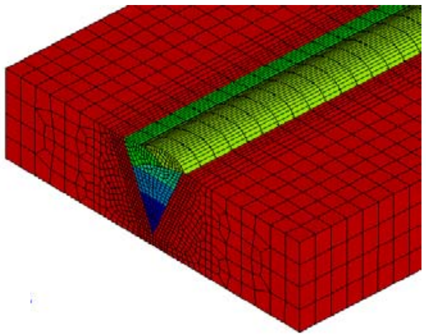
2パス目の
溶接金属



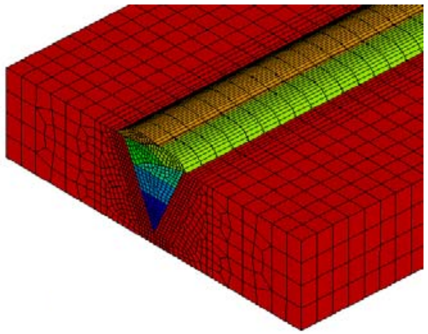
3パス目の
溶接金属



4パス目の
溶接金属



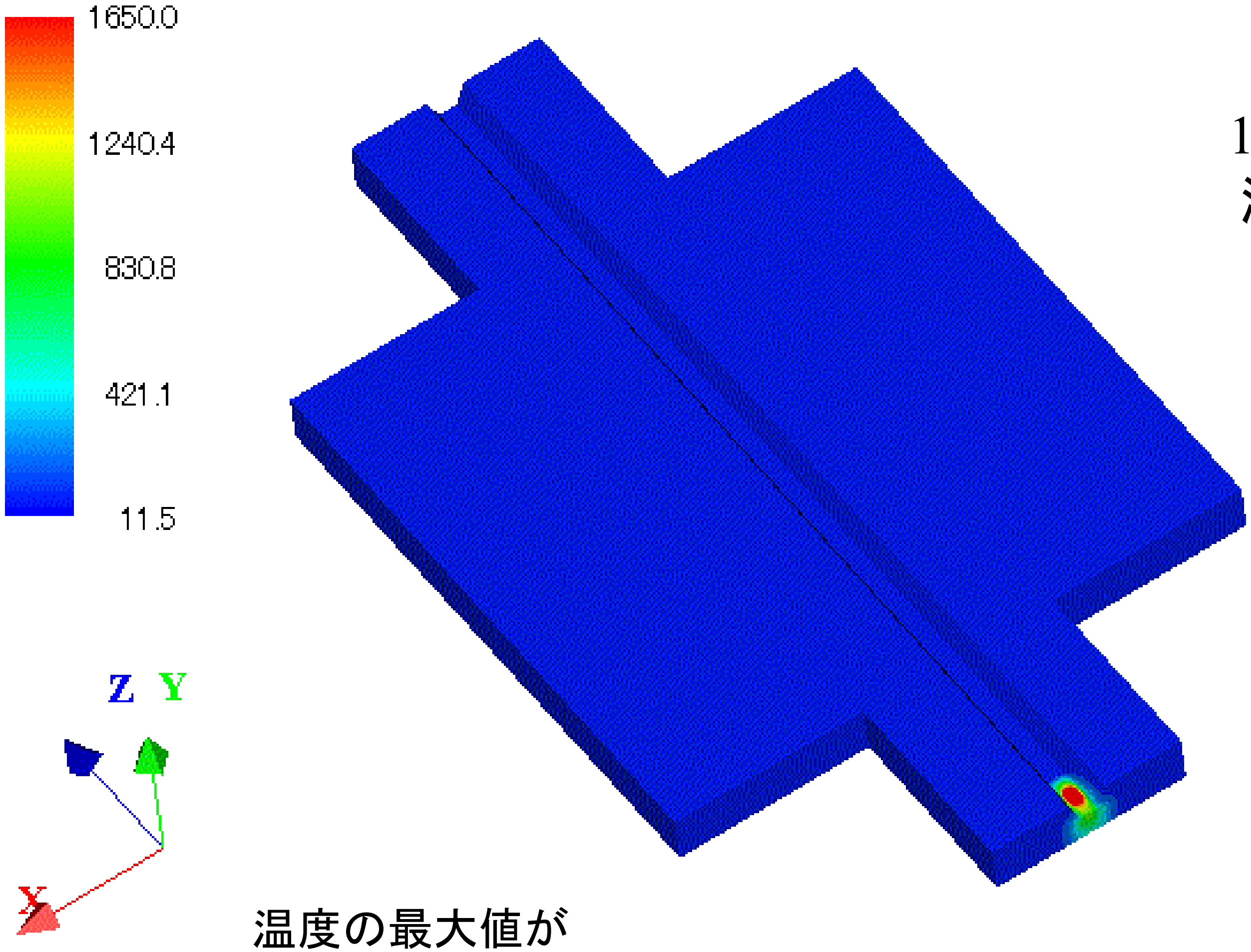
5パス目の
溶接金属

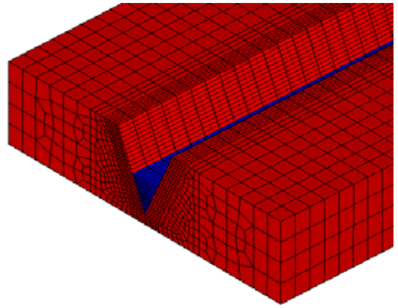


6パス目の
溶接金属

FrontISTRに入力するメッシュは6パス分の溶接金属が含まれる

1パス目の温度分布

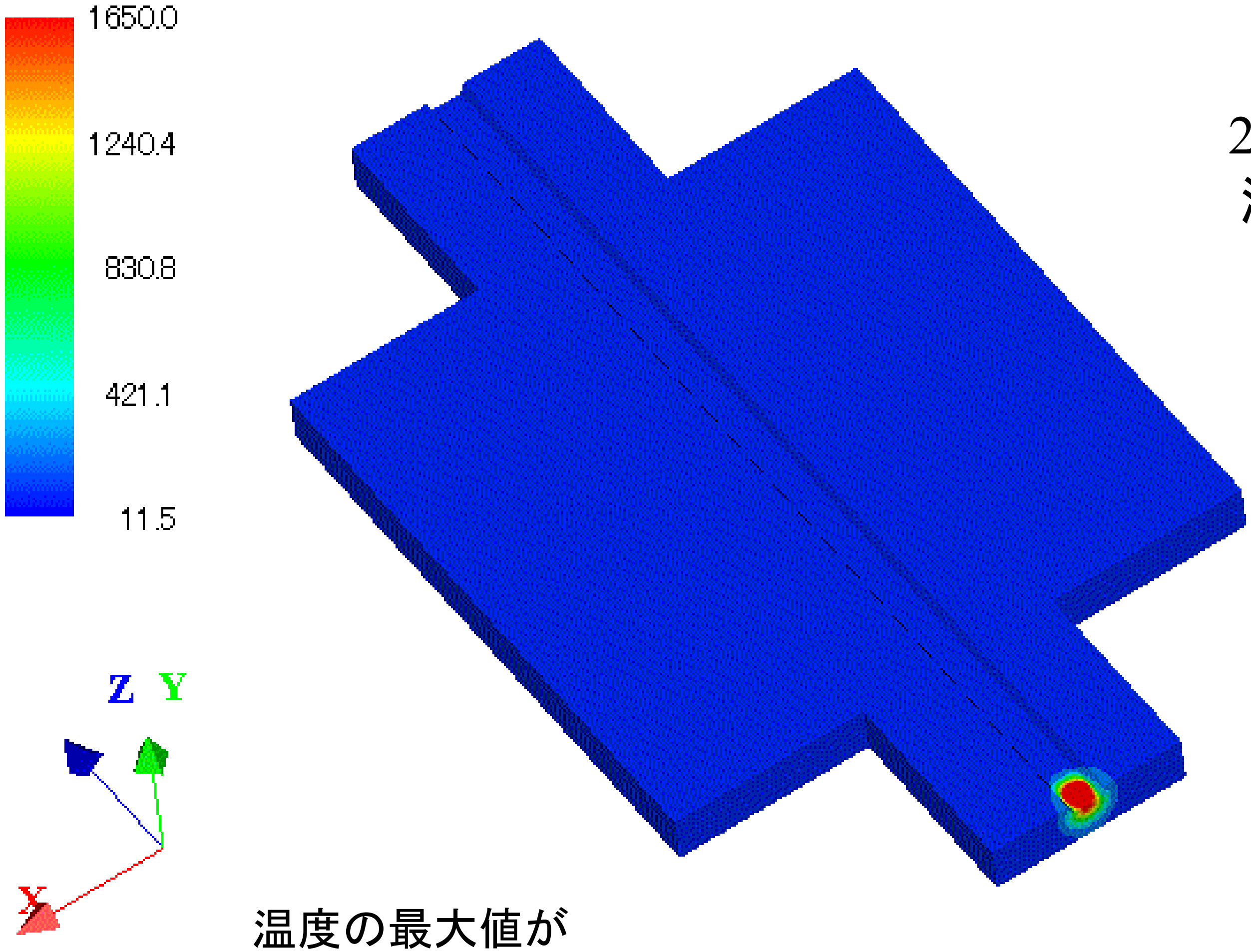


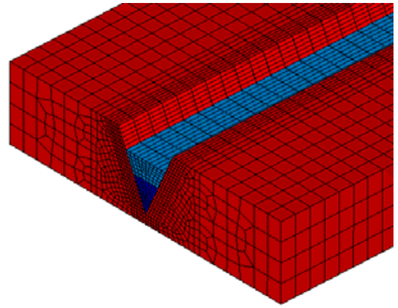


1パス目の
溶接金属

温度の最大値が
50℃未満になるまで計算

2パス目の温度分布

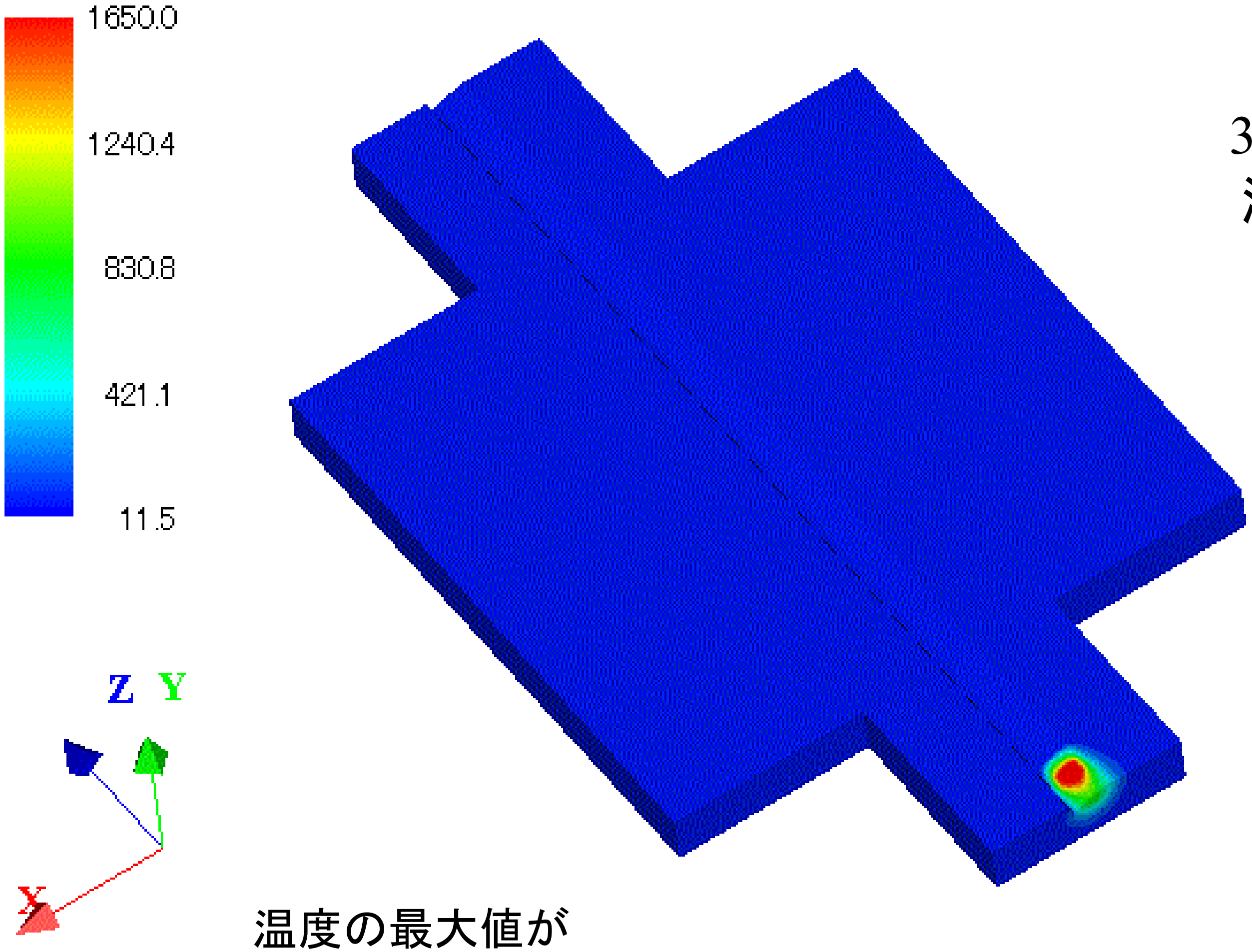


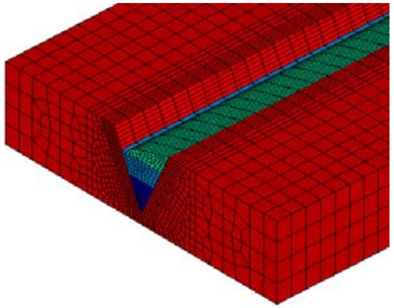


2パス目の
溶接金属

温度の最大値が
50℃未満になるまで計算

3パス目の温度分布

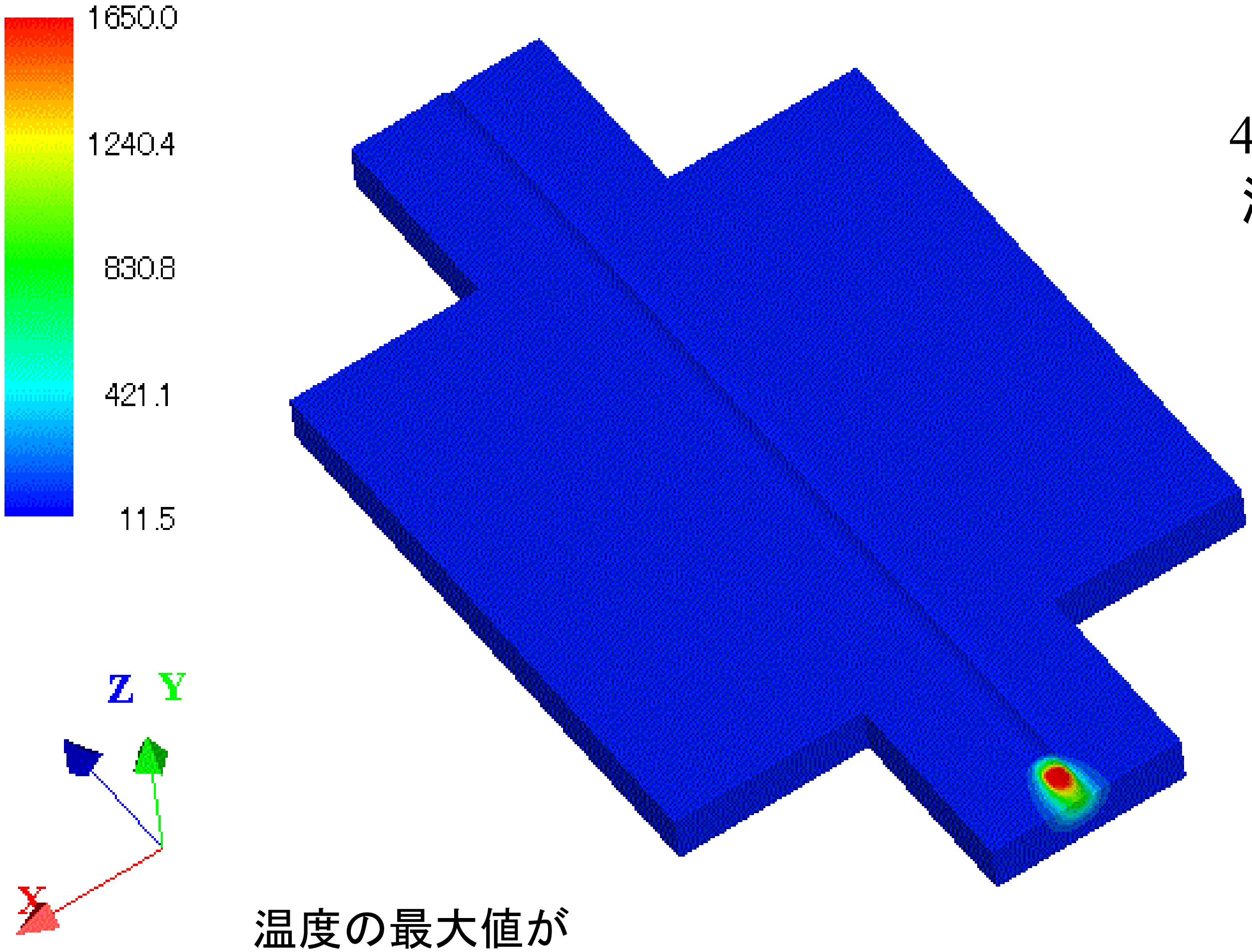


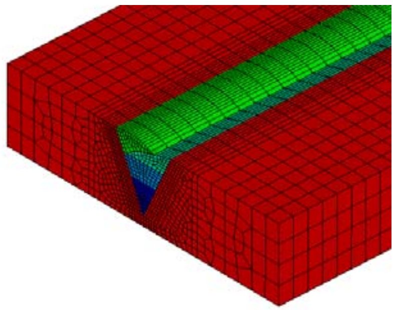


3パス目の
溶接金属

温度の最大値が
50℃未満になるまで計算

4パス目の温度分布

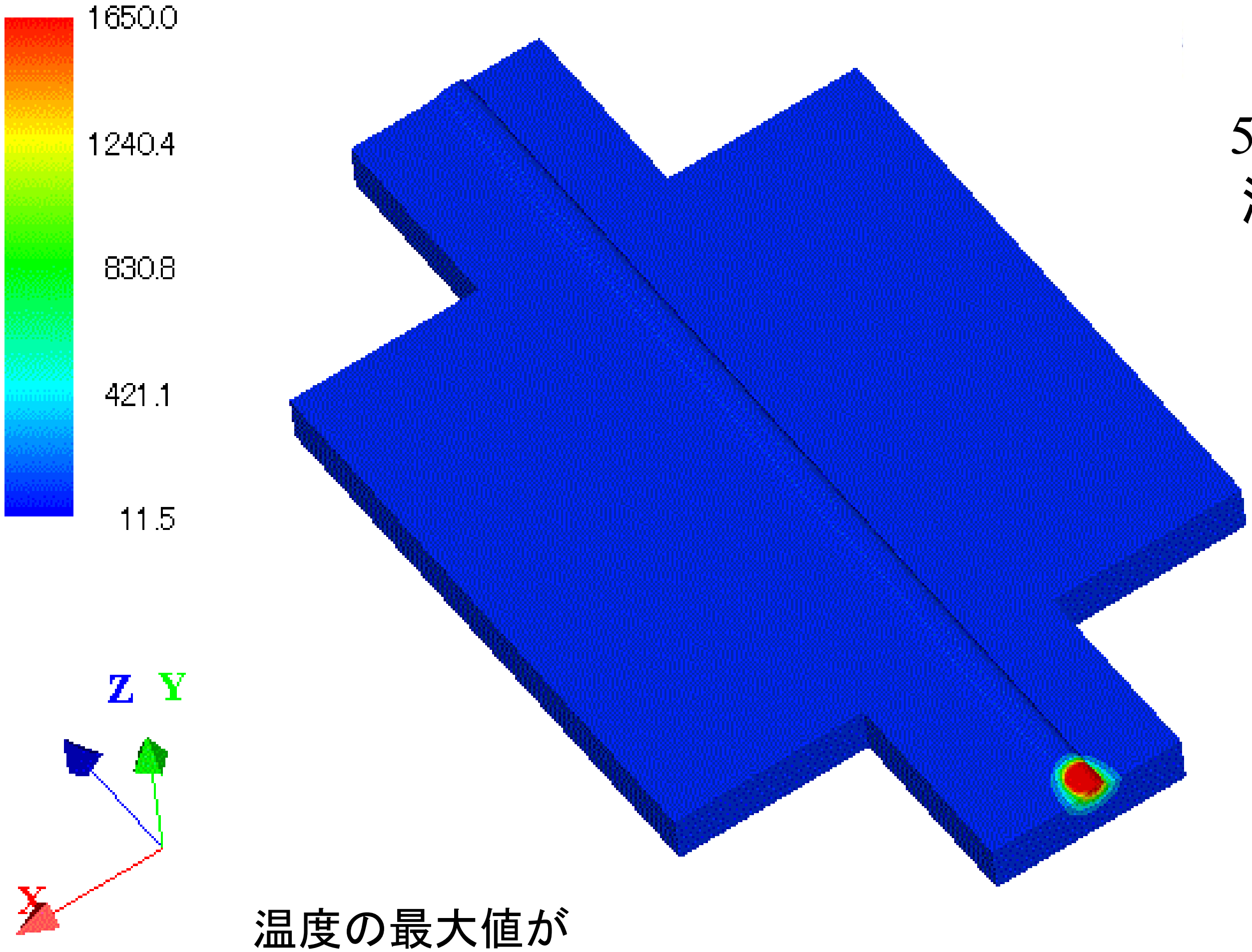


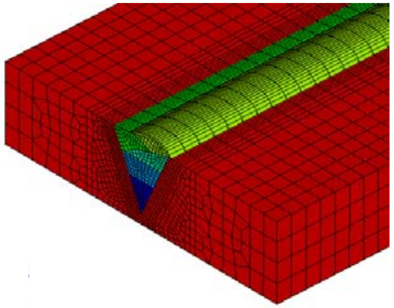


4パス目の
溶接金属

温度の最大値が
50℃未満になるまで計算

5パス目の温度分布

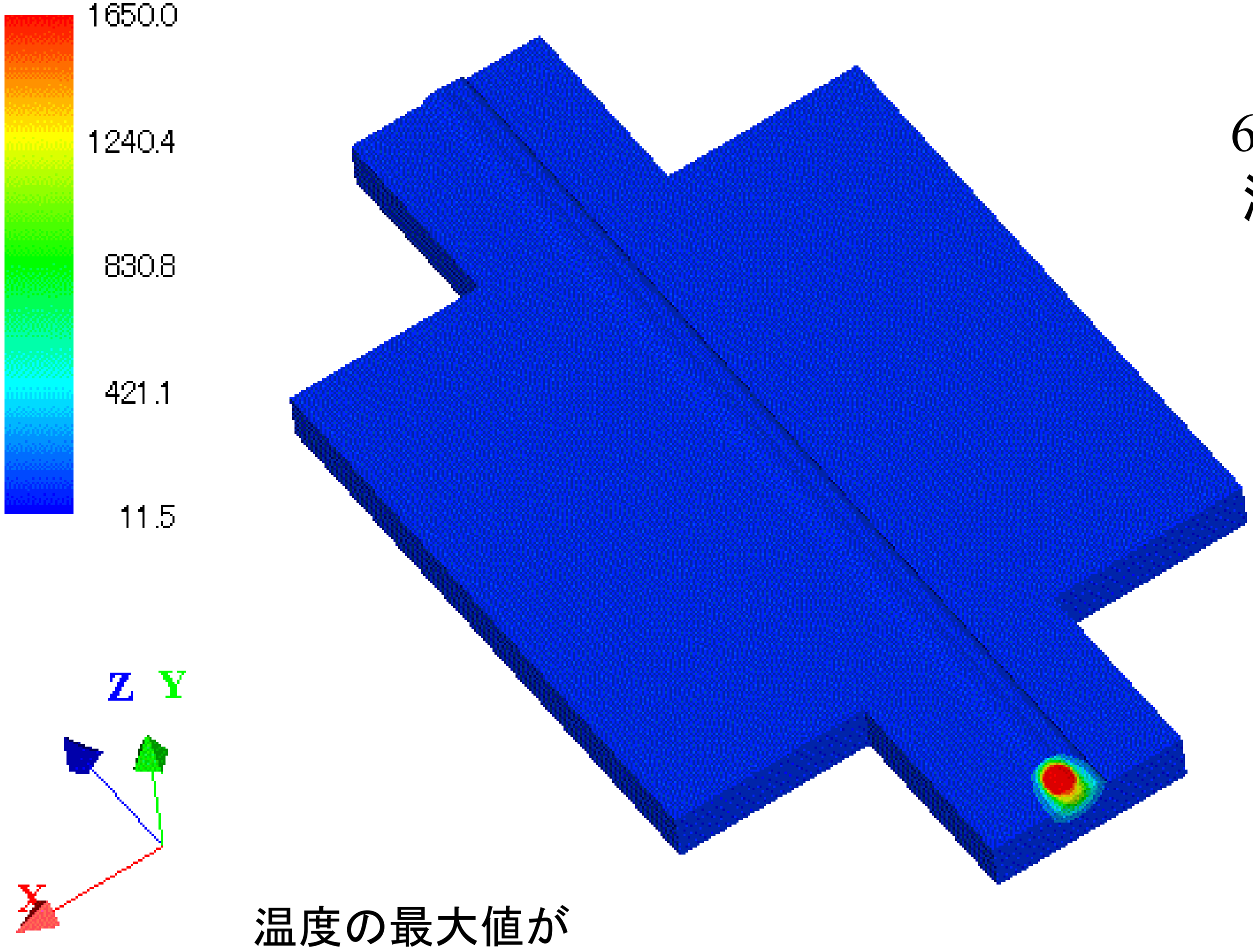


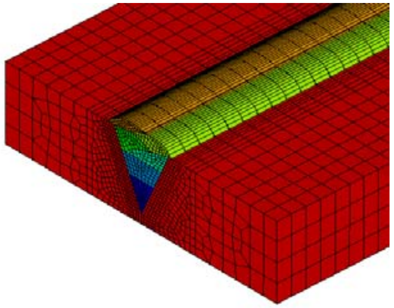


5パス目の
溶接金属

温度の最大値が
50℃未満になるまで計算

6パス目の温度分布





6パス目の
溶接金属

温度の最大値が
50℃未満になるまで計算